A XXXI. ÖVEGES JÓZSEF EMLÉKVERSENY FELADATAI MATEMATIKÁBÓL

*A feladatokkal 60 percig foglalkozhatsz, minden feladat teljes megoldása 10 pontot ér. A számológépedet és a függvénytáblázatodat használhatod. Kérjük, hogy minden feladat megoldását külön arra a lapodra írd, amelyen a feladat sorszáma szerepel!*

*Jó munkát, eredményes feladatmegoldást kívánunk!*

**M/I.**   
Az Eötvös József Gimnázium 9. évfolyamából 33-an járnak a matematika, a fizika, az informatika szakkörök közül legalább az egyikre. A következőket tudjuk még:

* A matematika szakkörre többen járnak, mint a fizikára, és a fizikára többen, mint az informatikára
* A mindhárom szakkörre járók száma a legkisebb prímszámmal egyezik meg
* A legalább két szakkörre járók száma 16
* A matematika+fizika szakkörpárosításra többen járnak, mint a fizika+informatikára, és erre többen, mint a matematika+informatikára
* A pontosan két szakkörre járók száma mindhárom esetben pozitív páros szám
* Mindhárom szakkör esetében a tagok létszáma prímszám.

Hányan járnak a matematika szakkörre?

*Folytatás a túloldalon!*

**M/II**.

Anna barátnőjének, Zsuzsinak meséli, hogy hogyan sikerült az osztálya matematika dolgozata.

* Senki nem írt egyest, de minden más jegy előfordult, és a dolgozatok jegyeinek átlaga kerek négyes volt. Ha az ötös dolgozatot írók fele, és minden kettest író is négyest írt volna, akkor is ugyanennyi lenne az átlag.
* Ebből már meg tudom mondani, hogy az ötöst, a hármast, és a kettest írók aránya mennyi volt-válaszolja Zsuzsi.

Add meg te is ezt az arányt!

Anna folytatta:

* A jegyek összege 92 volt, és azt is tudjuk, hogy a négyes jegyből volt a legkevesebb.
* Most már azt is tudom, hogy pontosan hányan írtak ötös, négyes, hármas, kettes dolgozatot - mondja Zsuzsi.

Milyen eredmények voltak tehát a dolgozatban?

**M/III**.

Az ABCD rombusz minden oldala 2 egység hosszú. Az AB oldal felezőpontja G, a CD oldal felezőpontja H. Rajzoljuk meg az AG, BG, CH, DH átmérőjű köröket, ezeket jelölje rendre k(A), k(B), k(C), k(D). Egy a G ponton áthaladó 1 egység átmérőjű kör a k(A)-t A\*-ben, a k(B)-t B\* pontban metszi (A\* és B\* a G-től különböző pontok). Egy a H ponton áthaladó 1 egység átmérőjű kör a k(C) kört C\*-ban, a k(D) kört D\*-ban metszi (C\* és D\* a H-tól különböző pontok). Bizonyítsuk be, hogy az A\*B\*C\*D\* négyszög paralelogramma!

Tata, 2010. november 13.