TANÁRI SEGÉDLET

EÖTVÖS • LABOR
EÖTVÖS JÓZSEF GIMNÁZIUM • TATA

FELADATLAPOK FIZIKA

FELKÉSZÜLÉS AZ EMELT SZINTŰ SZÓBELI ÉRETTSÉGI MÉRÉSEIRE FIZIKÁBÓL

Tanári segédanyag

Dr. Szeidemann Ákos

A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Cím:
Felkészülés az emelt szintű szóbeli érettségi méréseire fizikából

Időtartam:

- Egy-egy méréshez ideális esetben 60 percre van szükség.
- A gyakorlatokat többféleképpen is lehet szervezni. Az egyes mérések beépíthetőek a tanórai munkába is, így lehetőség nyílik az emelt szintű csoportokban való alkalmazásra is, de megjegyezzük, hogy a legcélszerűbbnek az látszik, ha a kurzust a végzős évfolyam számára az utolsó félévben szervezzük. Ekkor már minden ismeret birtokában egy intenzív felkészülés keretében elvégezhetőek a kísérletek, mérések.

Pedagógiai célok

- Az emelt szintű érettségi méréseinek begyakorlása, a mérésekhez tartozó fizikai elvek áttekintése.
- Felkészülés a vizsgán a méréshez kapcsolódó szóbeli kérdésekre.
- A középiskolában tanultak ismétlő rendszerezése.
- A méréseknél külön nem tüntettünk föl pedagógiai célokat, hiszen egy ismétlő-rendszerező foglalkozás laboranyagáról van szó.

Szükséges megelőző (bemeneti) ismeretek, készségek

- A teljes középiskolai tananyag emelt szinten. (Ettől függetlenül a mérések felvezető kísérlettel indulnak, ami inkább a témába való beágyazást segíti, illetve felelevenít néhány alapvető ismeretet.)

Technikai szükségletek

- Az érettségi mérések leírása letölthető a www.oktatas.hu oldalról. Abban a dokumentumban minden méréshez megadták a szükséges eszközöket.
- Érdemes azonban e helyen is megjegyezni, hogy ezeket a méréseket kiegészítettük bevezető kísérletekkel, melyeket néhol a diákok, néhány esetben pedig a gyakorlatot vezető tanár végez el. Az egyes esetekben megadtuk az ehhez szükséges eszközök és anyagok listáját is, ezért tér el a feladatlapok és az Oktatási Hivatal eszközlistája.
- Hívjuk fel a gyakorlatokon résztvevő diákok figyelmét arra, hogy természetesen a mérések kiértékeléséhez szükség van zsebszámológépre.

A foglalkozás leírása

- E helyen csak arra térünk ki, ami az általunk célszerűnek tartott munkaszervezést jelenti. Ettől természetesen el lehet térni, amennyiben az adott helyen a diákok tanóráinak szervezése más rendszerbe illeszkedik.
- A tanulók délutáni időpontban hetente egy 120 perces foglalkozáson vesznek részt. Minden alkalommal elvégzik az érettségi két-két mérését. Az egyes mérésekhez feladatlap tartozik, amely nem pusztán az érettségi mérésleírást tartalmazza, hanem segíti a méréshez szükséges gondolatmenet elsajátítását, ezért minden esetben egy-egy bevezető kísérlet is kiegészíti a méréseket. Ezek a problémafelvetés jelleggel kapcsolt kísérletek segíthetnek a szó[illegible] vizsgán a felelet helyes logikai felépítésében is.

A foglalkozás menete

- A kísérlet ismertetése, a bevezető gondolatok (esetenként tanári demonstrációs kísérlet). (frontális munka)
- A méréshez szükséges eszközök, anyagok és a feladatlapok kiosztása.
- Kiemelt hangsúlyt fektettünk arra, hogy a kísérletek önálló elvégzése mellett a diákok elsajátítsák a mérés kiértékelésének gondolatmenetét, ezért az összefüggések alkalmazása mellett fontos szempont volt megfelelő helyet kapjon a táblázatok, grafikonok készítése. (egyéni, esetleg páros munka)
- A szükséges számítások elvégzése. (egyéni)
- Ellenőrzés. (frontális munka)
- A méréshez kapcsolódó hibaszámítás megbeszélése (frontális munka). A kurzus során érdemes egy külön alkalmat szentelni a hibaszámítás legfontosabb tudnivalóinak. A feladatlapokon az emelt szintű érettségi eddigi gyakorlatának megfelelően szerepelnek a hibaszámítással kapcsolatos ismeretek, azonban a tanári segédletben annál jóval bővebben kitérünk a mérések kiértékelésének erre a mozzanatára.

A laboratóriumi kísérletezés munka- és balesetvédelmi szabályai

- A laboratórium külön szabályzattal rendelkezik, melynek ismerete minden résztvevő tanuló számára kötelező. Az egyes mérések esetén felhívjuk a figyelmet a legfontosabb tudnivalókra, de olyan mérések is akadnak, ahol különösebb elővigyázatosságra nincsen szükség.

Előszó az emelt szintű fizika érettségi laboratóriumi méréseinek felkészítő kurzusához

A fizika érettségi elsődleges célja, hogy a vizsgakövetelményekben (*http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2012/fizika_vk.pdf*) megfogalmazott kompetenciák meglétét mérje, ezért az előkészítő kurzuson ezekre a fejlesztendő területekre kell fókuszálni úgy, hogy a tanulók esetleges hiányosságait személyre szabott módon pótolni lehessen. Ez azért is hangsúlyos feladat és deklarált cél, mert az Öveges Program laboratóriumai tudásközpontként kell hogy szolgálják a tágabb környezetükhöz tartozó intézmények diákjainak igényét is.

A minisztérium által kiadott anyagokban – értelemszerűen – az érettségi mérések a fizika klasszikus felépítésének sorrendjét követik. A tanítási gyakorlatban egy előkészítő kurzuson ettől természetesen eltérhetünk, sőt célszerű a tananyag és a mérések típusa szerinti szintetizálás miatt más felosztást követni. Több év tapasztalata alapján célszerű lehet pl. a következő csoportosítás szerint szervezni az előkészítőt:

		A témakör	a 2015. év kísérletlistájának megfelelő sorszám
1.	január 27.	**A fizikai mérésekről általában** Függvénykapcsolatok, lineáris függvény, linearizálás A mérési hibákról	
2.	február 3.	**Modern fizika** elektromos vezetés típusai, félvezető eszközök	15., 20.
3.	február 10.	**Modern fizika és a fény éve**	8. , 16.
4.	február 17.	**Geometriai optika**	17., 18.
5.	március 3.	**Hullámok** (mechanikai, elektromágneses és anyaghullámok)	7. , 19.
6.	március 10.	**Egyensúlyok** (sztatika, elektrosztatika)	1. , 11.
7.	március 17.	**Termodinamikai egyensúlyok**	9., 10.
8.	március 24.	**Sebesség** mérésének lehetőségei	4., 6.
9.	március 31.	**Változó mozgások**	2., 3., 5.
10.	április 14.	**Egyenáramú körök**, az ellenállás mérési lehetőségei	12., 13., 14.

A mérések sorrendjének megválasztásában az alábbi szempontok érvényesültek:

- méréstechnikailag mennyire bonyolult a mérés
- milyen matematikai ismeretek szükségesek a mérési eredmények kiértékeléséhez
- mely mérések között van szoros kapcsolat (ez természetesen szubjektív választás, más csoportosítás is elképzelhető)

A táblázatban egy kipróbált időbeli beosztást is feltűntettem. A foglalkozásokat heti rendszerességgel tartottuk, alkalmanként 120 perces időtartammal.

A feladatlapok a 2015. év emelt szintű szóbeli méréseit dolgozzák fel.

Az összeállításnál ügyeltünk arra, hogy egy-egy mérés esetén a kapcsolódó gondolatmenet módszerének elsajátítása legyen az elsődleges, így az más mérések esetén is használható legyen. Minden feladatlap tartalmaz egy bevezető (vagy ha úgy tetszik gondolatébresztő) kísérletet, feladatot.

Ez többnyire frontális munkaszervezéssel a tanulókkal együttesen értelmezett jelenség, probléma, amely alkalmas lehet arra is, hogy az adott esetben segítse a szóbeli felelet felépítését; kiegészítse, színesítse azt. Olyan is akad közöttük, amely egy fogalomnak más oldalról való megközelítését teszi lehetővé.

A vizsga leírása

Az emelt szintű szóbeli vizsgán a jelöltnek egy mérés elvégzése és a méréshez nem kapcsolódó téma irányított kifejtése a feladata. A vizsgázónak 30 perces felkészülési idő áll rendelkezésére. A bizottság előtt a vizsgázónak 20 perc áll a rendelkezésére a két téma kifejtésére. Ezalatt be kell mutatnia a mérés elvét, a mérési eredményeket, többnyire meg kell becsülnie a mérés hibáját, és válaszolnia kell az elméleti kérdésekre.

Az utóbbi évek tapasztalatai alapján egyre nagyobb hangsúlyt kap a hibabecslés az érettségi vizsgán, ezért ezzel a tanári segédletben külön foglalkozunk. Az egyes mérések esetén csak azon a szinten tárgyaljuk a hibabecslést, ahogyan azt a központilag nyilvánosságra hozott mérési leírások kérik.

A fizikai mérésekről általában

Függvénykapcsolatok

A fizikai mennyiségek közötti kapcsolatokat tapasztalati úton, méréssel tárják föl a fizikusok. Az emelt szintű érettségi egyik célja néhány problémán keresztül ennek a folyamatnak a megismerése. A mérési eredmények kiértékelésének lehetőségeit, a matematikai összefüggések feltárását kell a diákoknak megismerni, illetve elsajátítani.

A középiskolai tanulmányok során néhány egyszerű függvénykapcsolat kerül elő.

Ilyenek

- az egyenes arányosság (mint a lineáris függvény speciális esete)
  pl. Ohm-törvény
- lineáris függvény
  pl. galvánelem kapocsfeszültsége és árama közötti összefüggés
- négyzetes arányosság (mint a másodfokú függvény speciális esete)
  pl. négyzetes úttörvény
- másodfokú függvény
  pl. út-idő összefüggés kezdősebességgel egyenletesen gyorsuló test esetén
- hiperbola (fordított arányosság)
  pl. Boyle-Mariotte törvény
- exponenciális függvény
  pl. radioaktív bomlástörvény

Lineáris függvény, linearizálás, grafikus mérésértékelés

Bár ma már adottak az informatikai lehetőségek a számítógéppel történő függvényelemezéshez (tehát tetszőleges adatsorra tudunk tetszőleges függvényt is illeszteni), mégis érdemes megismerkedni azzal a metodikával, ami lehetővé teszi két mennyiség közötti függvénykapcsolat megállapítását (esetleg egy hipotézis bizonyítását). A mérési eredményeket manuálisan (papíron való ábrázolással) is elvégezhetjük. Azonban nehézségbe ütközik a feladat, ha a mérési adatok alapján adódó függvény nem lineáris, hiszen görbék illesztése ily módon nehézkes: nehezen bizonyítható és a mérés hibáját is nehéz számszerűen megadni. Ezért gyakran alkalmazott módszer, hogy az előzetesen ismert függvénykapcsolatot alapul véve átalakítjuk a mennyiségek közötti matematikai egyenletet úgy, hogy két mennyiség között lineáris kapcsolat legyen. Kellő számú (általában minimum hat mérés lenne szükséges) mérési adat esetén ábrázolva a pontokat a lineáris összefüggés könnyedén megállapítható. Abban az esetben nehezebb dolgunk van, ha a két mennyiség közötti matematikai kapcsolat nem ismert. Ilyenkor próbafüggvények segítségével linearizálhatunk. Azt a függvényt választjuk, amely esetén valóban (a legkisebb hibával) lineáris függvényt kapunk.

Az érettségin csak olyan problémák kerülnek elő, ahol a két mért mennyiség közötti kapcsolat a vizsgázó számára ismert, a mérés során pusztán annak igazolása (a), vagy segítségével más mennyiségek meghatározása válik lehetővé (b). Olyan eset is lehetséges, amikor az illesztett egyenesről kell leolvasnunk egy adatot, amely akár a mért tartományon belül (interpolálás), vagy akár a tartományon kívül (extrapolálás) helyezkedik el (c). Az elmúlt években mindegyikre láttunk példát. A konkrét, matematikailag is megfogalmazott összefüggés megállapítása nélkül maximum tendenciákat kellett feltárnia a vizsgázóknak (d).

Ezekre néhány példa:

(a) pl. a rugóra akasztott test rezgésidejének tömegfüggése
(b) pl. súlymérés
(c) pl. félvezető ellenállásának hőmérsékletfüggése
(d) pl. (korábban szerepelt) tekercsek kölcsönös indukciós együtthatójának a tekercsek távolságától való függése

A mérés kiértékelése

A mért adatokat táblázatban feltüntetve könnyedén ábrázolhatjuk azokat egymás függvényében. Már ezen a ponton érdemes végiggondolni, hogy melyik mennyiséget melyik tengelyen tűntetjük föl, hiszen a lineáris függvény meredeksége, tengelymetszetei és a vízszintes tengellyel bezárt területe is hordozhat magában információt. A mértékegységek figyelembe véve az egyes mennyiségek dimenziója kiolvasható.

Ha például egy függvény az y=mx+b alakban írható,
akkor nyilvánvalóan [b]≡[y], [m]=[y]/[x], [függvény alatti terület]=[x][y].

- Ahhoz, hogy mindezeket a mennyiségeket a mérés alapján meghatározzuk, elengedhetetlen a linearizált egyenlet szerinti egyenes minél pontosabb illesztése. Az érettségin nincs lehetőség a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazására, azonban a kiértékelés további részének lényegét bemutathatjuk akkor is, ha az illesztés szemmel történik. Ilyenkor arra kell törekedni, hogy a mérési adatokhoz tartozó pontok az illesztett egyenes fölött és alatt a lehető legkisebb távolságra helyezkedjenek el az egyenestől. Ezzel az egyes meghatározandó fizikai mennyiségek kiolvashatóak az egyenes egyenletéből. A tengelymetszetek egyértelműen adódnak, tetszőleges érték leolvashatóvá válik, és a meredekséget is egyszerűen meghatározhatjuk két szabadon választott pont segítségével:
  m=Δy/Δx=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)

- A másik lehetőségünk (amit az érettségin elvárnak a diákoktól), hogy minden mérési adatpárhoz kiszámítjuk a kérdéses mennyiséget, majd a kapott értékeket átlagoljuk. Ezzel az eljárással további számításokat végezhetünk, ugyanis képezhetjük az átlagtól való eltérést, illetve azok átlagát. Ezt az értéket tekinthetjük az ún. abszolút hibának. Amennyiben ezt osztjuk a mérendő mennyiség adatok átlagolásával kapott értékével, a relatív hibához jutunk.

Hibaszámítás, hibabecslés

A tanítási gyakorlatban számítási feladatok kapcsán gyakran találkozom azzal a problémával, hogy diákjaim egy numerikus feladat végeredményeként a számológép által adott lehető legpontosabban értéket szeretnék megadni, ahogy azt a matematikában megszokták. Természetesen a legtöbb esetben nem ismerik a meghatározandó fizikai mennyiség mérésének eljárását, illetve a mérőeszközt, így nem ismerhetik annak pontosságát sem. Ezért is szükséges, hogy minél több esetben méressünk tanítványainkkal alapvető mennyiségeket, pl. hőmérsékletet, hosszúságot. Eközben megtapasztalhatják, hogy a mért mennyiség értéke nagyban függ a mérőeszköz pontosságától, sőt két különböző eszközzel akár két különböző érték is adódhat ugyanarra a mennyiségre. (Érdemes olyan fejlesztő feladatokat is adni diákjainknak, amely során egy fizikai mennyiség értékét, illetve nagyságrendjét becsüljük, így elkerülhetővé válik, hogy a számológép segítségével meghatározott számérték nagyságrendekkel eltérjen a valós értéktől.)

A mérések esetén a mért mennyiség számértékén és mértékegységén kívül meg kell adni a mérési hiba nagyságát is.

Tisztázzuk először, hogy a nyilvánvalóan véges pontosságú mérések hibája milyen eredetű.

<u>Megkülönböztetünk</u>

- szisztematikus hibát,
- véletlen hibát,
- és statisztikus hibát.

A szisztematikus hiba a mérőeszköz tökéletlenségéből (elsősorban a működés, valamint a hitelesítés pontatlanságai), illetve az elhanyagolt külső hatásokból (pl. hőmérséklet, páratartalom) származó bizonytalanság. A véletlen hiba a véletlenszerűen fellépő külső hatások együttes eredményeként jelentkezik. Kiküszöbölésére nincsen mód (átlagos hatásukat lehet figyelembe venni), ráadásul az értéke negatív és pozitív is lehet. Ide tartozik pl. a leolvasási hiba is. A statisztikus hiba nagyszámú egymástól független esemény megfigyelésénél lép fel. Relatív nagysága csökkenthető, ha a mérést hosszú időre vagy nagyszámú eseményre terjesztjük ki.

A hiba tehát a mérés szerves része. Megadása lehetséges az ún. abszolút, illetve a relatív hiba értékével is. Némely esetben érdemes a mért adatot irodalmi értékekkel is összehasonlítani.

A mérésekhez tartozó hibabecsléseket a tanári segédletek tartalmazzák.

A fizika emelt szintű vizsga a mérésre, illetve annak kiértékelésére teszi a hangsúlyt. A felkészülés során arra kell törekednünk, hogy az ehhez szükséges készségeket fejlesszük. Tehát nem pusztán arról van szó, hogy 20 db mérést elvégeztessünk a diákokkal, hanem lényeges az eljárások közötti párhuzamok és különbségek megvilágítása is. Ez igaz a hibabecslésre is, vagyis látni kell, hogy mely mérések azok, amelyek esetén a kiértékelés pl. grafikusan történik és nem számítjuk a mérés hibáját, mely mérések esetén van értelme a mért értékekből hibát számolni, illetve mely esetekben tudunk csak hiba okokat megfogalmazni, mellőzve minden kvantitatív elemet.

<u>Megjegyzés</u>:

a tanári segédlet szövegében háromféle betűtípus szerepel:

- normál: a tanulói feladatlapon szereplő szöveg, kérdés
- *dőlt:* a tanulói feladatlapon szereplő, az érettségi szövegéből idézett szövegrész
- **félkövér:** csak a tanári példányban található szöveg

SÚLYMÉRÉS

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK

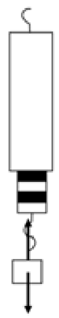
- fa méterrúd cm-skálával,
- ismeretlen (a méterrúddal összemérhető) súlyú test, akasztózsineggel,
- ékek alátámasztáshoz,
- digitális mérleg,
- rugós erőmérő,
- 50 g tömegű test

A mechanika témájához tartozó első mérés olyan fizikai mennyiség mérését követeli, amely a legtöbb esetben még a felkészült, vizsga előtt álló diákok szóhasználatában is pontatlan fogalomismeretet feltételez. Ezért érdemes az emelt szintű mérés bevezetéseképpen a súly fogalmának átismétlésére egy alapjelenséget bemutatni. Ez a súly fogalmának értelmezésére és annak használatára hívja föl a figyelmet.

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: A SÚLY MÉRÉSE RUGÓS ERŐMÉRŐVEL

a) Mérje meg rugós erőmérő segítségével az 50 g tömegű test súlyát! Készítsen rajzot a testre ható erők feltüntetésével!

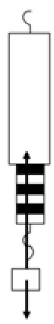
G=**0,5N**
Rajz:



Maximálisan mekkora tömegű test súlya mérhető meg az eszközzel?
Leolvasható az eszközről, általában a rugós erőmérők méréshatára 1-10 N közötti tartományban van. (Megjegyzés: az ábrán egyik erő sem a súly. De mivel a tartóerő ennek ellenereje, ezért vele egyező nagyságú, de az irány ellentétes. A súly az erőmérőre hat, nem a testre, így szinte soha nem rajzoljuk fel.)

b) Ismételje meg a mérést úgy, hogy az erőmérőt (és a ráakasztott testet) fölfelé gyorsítja)! Mit tapasztal? Készítsen rajzot az erők feltüntetésével!
Az erőmérő nagyobb értéket mutat, a test súlya most nagyobb.

Rajz:



c) Lehet-e a test súlya az a) részben meghatározottnál kisebb? Hogyan?
Lehet, ha a rendszert lefelé gyorsítjuk (lefelé indítjuk, vagy felfelé haladva megállítjuk).
Hogyan hozná létre a test súlytalanságát?
Szabadeséssel.

SZÉCHENYI 2020

Magyarország Kormánya

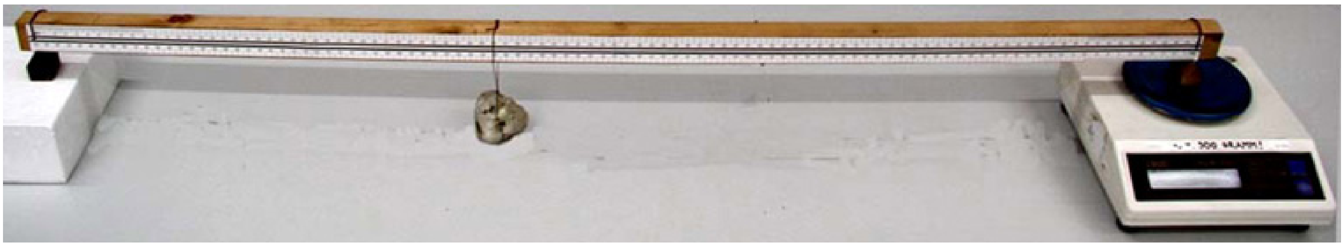
Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tatai Városkapu Közhasznú Zrt.

A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014

2. A MÉRÉSHATÁR KITERJESZTÉSE

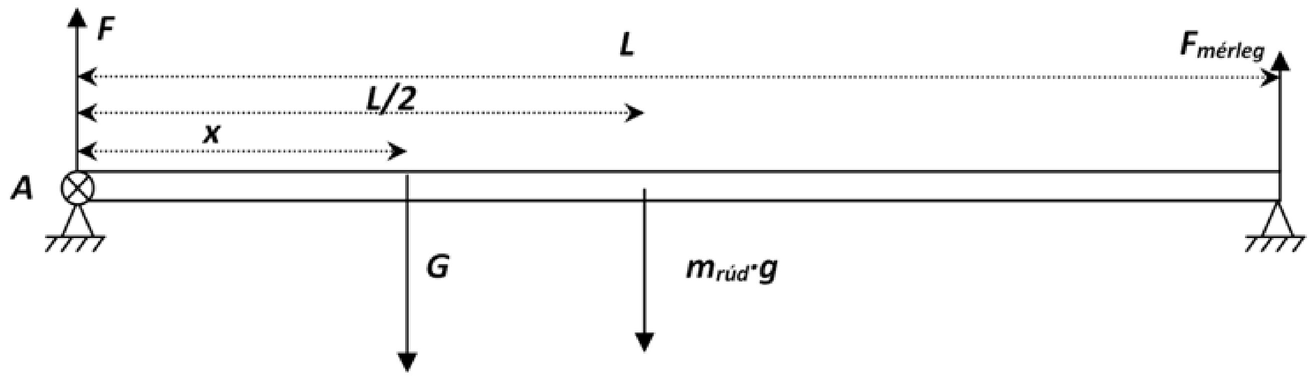


Olvassa le a digitális mérlegről annak méréshatárát! Mit jelent ez az érték?
Ez természetesen a labor felszereltségétől függ, nálunk 300 g. Ez azt jelenti, hogy az ennek megfelelő súlynál (kb. 3N) nagyobb érték nem mérhető.

Milyen feltételei vannak a méterrúd, mint kiterjedt merev test egyensúlyának?

A) $\sum F_i=0$ B) $\sum M_i=0$

Készítsen rajzot a mérési elrendezésről a rúdra ható erők feltüntetésével!



A) és B) egyenletek alkalmazásával adja meg a mérésben a rúd egyensúlyát leíró egyenleteket, majd fejezze ki a mérlegnél fellépő erőt! Az egyenletekben az ismeretlen súly (G) alátámasztástól mért távolságát jelölje x, a mérlegnél fellépő erőt pedig $F_{mérleg}$.

A) $F + F_{mérleg} - m_{rúd} \cdot g - G = 0$ B) $G \cdot x + m_{rúd} g \cdot \frac{L}{2} - F_{mérleg} \cdot L = 0$

$$F_{mérleg} = \frac{G}{L} \cdot x + \frac{m_{rúd} g}{2}$$

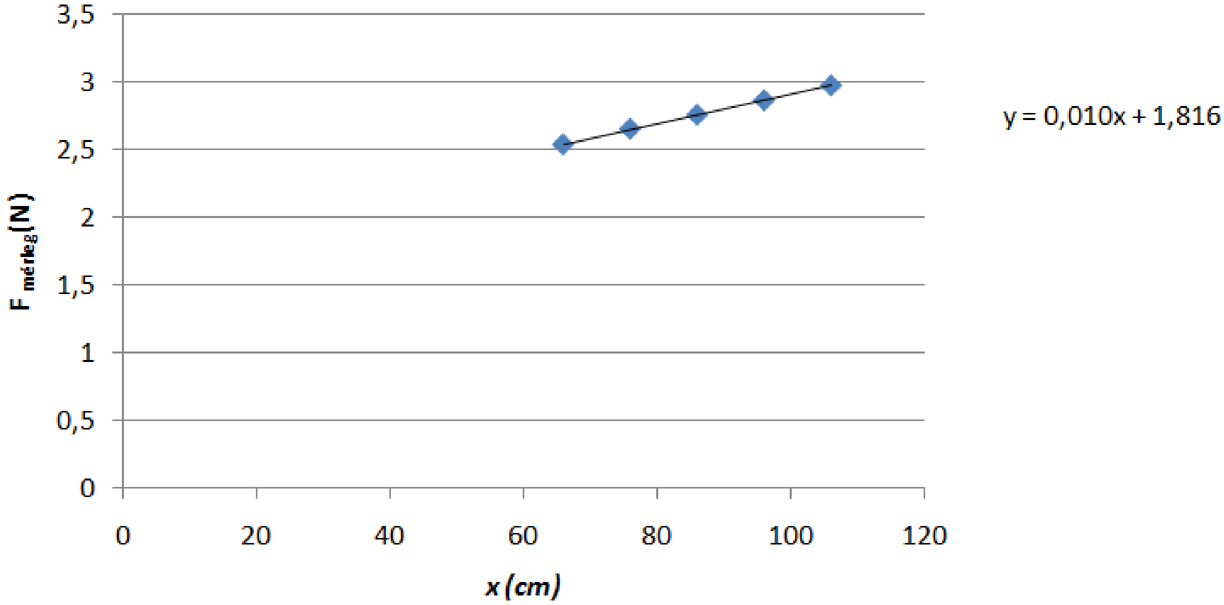
(Megjegyzés: feltételeztük, hogy a rúd homogén.)
„Helyezze az ismeretlen súlyú testet a rúd legalább négy különböző helyére, mérje meg ezek távolságát az alátámasztástól, és határozza meg, hogy mekkora erő hat a rúd mérleggel (erőmérővel) egyensúlyban tartott végén!"

Mérési adatait foglalja táblázatba! Ügyeljen arra, hogy a mérleg tömeg értéket jelez!

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	5. mérés
x (cm)	106	96	86	76	66
$F_{mérleg}$(N)	2,975	2,865	2,756	2,652	2,535

2. A MÉRÉSHATÁR KITERJESZTÉSE *(folytatás)*

Ábrázolja mérési adatait: a grafikon vízszintes tengelyén x értékét, függőleges tengelyén pedig $F_{mérleg}$ értékét tüntesse fel!



Milyen függvény illeszthető a mérési pontokra? Segítségére szolgál a korábban Fmérleg értékét megadó egyenlet.

Lineáris, hiszen a két változó (x, $F_{mérleg}$) első hatványon szerepel az összefüggésben.
y = 0,0109x + 1,8166

Az illesztett függvény jellemző paramétereinek meghatározásával

a) adja meg az ismeretlen test súlyát!
Az $F_{mérleg}$ értékét megadó egyenes meredeksége szolgáltatja G értékét. A grafikon alapján a meredekség megadható, amiből L-lel való szorzással adódik G.
<u>Mérési adatainkkal:</u>
meredekség=0,0109=mg/L, (L=200cm) --> G=2,18 N,
ez tehát az ismeretlen test súlya (jelen esetben ez kisebb mint a méréshatár, de a módszer megismerése szempontjából ennek nincs jelentősége, persze célszerű valóban a méréshatárnál nagyobb súlyú testet választani)

b) milyen adat számítható még ki?
Az $F_{mérleg}$ – x függvény tengelymetszete $m_{rúd}g/2$, vagyis meghatározható $m_{rúd}$ értéke is.
<u>Mérési adatainkkal:</u>
tengelymetszet=1,817= $m_{rúd}g/2$ --> $m_{rúd}$ ≈ 370 g

2. A MÉRÉSHATÁR KITERJESZTÉSE *(folytatás)*

A mérés alkalmat ad arra, hogy a grafikus kiértékelés módszerét gyakoroltassuk a diákokkal. Ennek főbb lépései a következők:
- fölírjuk a két változó közötti összefüggést az egyik változóra rendezve
- amennyiben nem lineáris az összefüggés (van erre is példa a kísérletek között), linearizáljuk a függvényt
- ábrázoljuk a mérési pontokat
- egyenest illesztünk (érdemes legalább kivetítve frontális munkaszervezéssel megmutatni a diákoknak a számítógép segítségével történő illesztést is pl. excell programmal)
- meghatározzuk az egyenes szükséges paramétereit (ezek leggyakrabban a meredekség és a függőleges tengelymetszet, de esetenként lehet fizikai jelentése a vízszintes tengelyen adódó tengelymetszetnek, vagy éppen a függvény alatti területnek is)
- a paraméterek értékeinek ismeretében meghatározzuk a kérdéses fizikai mennyiségeket.

3. A MÉRÉS HIBÁJA

A mérés hibáját az érettségi jelenlegi elvárásainak megfelelően megbecsülhetjük (ezt mindenképpen célszerű a diákoknak is megmutatni). Ehhez a mérést nem grafikusan értékeljük ki, hanem az egyensúly feltételének forgatónyomatékra vonatkozó egyenletét használjuk a meghatározandó súly értékének számítására. Ehhez csökkentenünk kell az ismeretlenek számát az egyenletben: meg kell mérnünk a rúd súlyát is. Ennek ismeretében minden egyes mért adatpárhoz tartozó egyenletből megadható az ismeretlen test súlya, és az adatokból átlagolással számíthatjuk a mérendő mennyiséget. Ekkor lehetőségünk van arra is, hogy az átlagtól való eltérések átlagának számításával az abszolút és a relatív hibát is megadjuk.

<u>Adatainkkal:</u>
$G_{rúd}$ = 3,7 N

$$G = F_{mérleg}\frac{L}{x} - \frac{G_{rúd}L}{2x} = \left(F_{mérleg} - \frac{G_{rúd}}{2}\right)\frac{L}{x}$$

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	5. mérés	$\bar{G}$
x (cm)	106	96	86	76	66	
$F_{mérleg}$(N)	2,975	2,865	2,756	2,652	2,535	2,11 N
G (N)	2,12	2,11	2,11	2,11	2,08	
$\lvert G-\bar{G}\rvert$ (N)	0,01	0,00	0,00	0,00	0,03	0,01 N

Ebből az abszolút és a relatív hibával a keresett súly:

G=(2,11 ± 0,01) N=2,1N ± 0,5%

A RUGÓRA FÜGGESZTETT TEST REZGÉSIDEJÉNEK VIZSGÁLATA

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK

- Bunsen-állvány dióval, tartó rúddal
- állítható hosszúságú fonálinga
- különböző rugóállandójú rugók
- 4 db 50g tömegű test
- ismeretlen tömegű test akasztóval, (tömege kisebb legyen, mint a teljes tömegsorozaté)
- stopper
- mérőszalag

1. BEVEZETŐ MÉRÉS: MATEMATIKAI (FONÁL-) INGA LENGÉSIDEJÉNEK VIZSGÁLATA

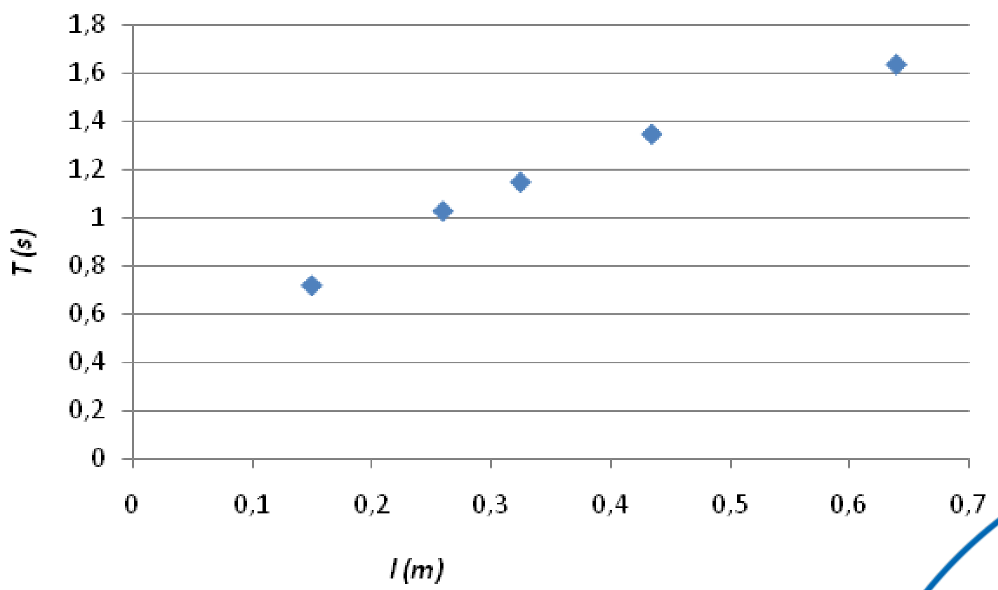
Rögzítse az állványra a fonálingát kb. 20 cm hosszúságú ingaként! Kis kitérések esetén mérje le 10 lengés idejét, majd ismételje meg a mérést további négy különböző ingahossz esetén! Minden esetben mérje le a fonálinga hosszát is! Adatait rögzítse táblázatban – ügyeljen arra, hogy a lengésidő értékeihez a mért adatok 1/10 részét írja be!
Hogyan kell értelmezni a fonálinga hosszát? Mik az ideális fonálinga legfontosabb tulajdonságai?

Az ingatest tömegközéppontja és a felfüggesztés távolsága, az inga fonalának tömege, illetve az ingatest kiterjedése elhanyagolható.

l (m)	0,15	0,26	0,325	0,435	0,64
T (s)	0,72	1,03	1,15	1,35	1,64

Miért célszerű a lengésidőt tíz lengés idejének mérésével meghatározni?
Így a reakcióidőből származó hiba tizedére csökkenthető.

Ábrázolja a mért adatokat úgy, hogy a vízszintes tengelyen az inga hosszát, a függőlegesen az inga lengésidejét tüntesse föl!



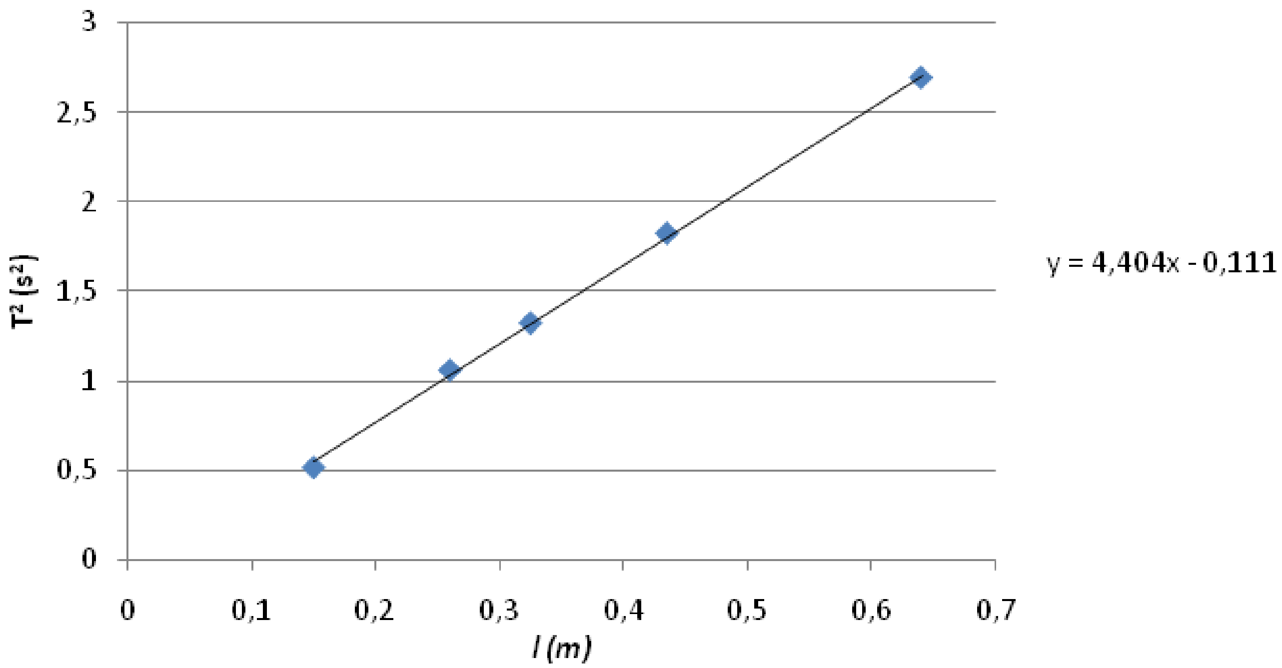
1. BEVEZETŐ MÉRÉS: MATEMATIKAI (FONÁL-) INGA LENGÉSIDEJÉNEK VIZSGÁLATA *(folytatás)*

Hogyan igazolná grafikusan, hogy a kapott függvénykapcsolat megfelel az ismert $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ összefüggésnek?

Az előző függvény helyett a T^2-l függvényt ábrázolnám, egyenest várok.

Készítsen a mérési adatainak felhasználásával olyan grafikont, amelyből a nehézségi gyorsulás értéke közvetlenül meghatározható! Jelölje a tengelyeken az értékeket az ábrázolt mennyiség mértékegységével együtt! Ha szükséges, használjon táblázatot.

l (m)	0,15	0,26	0,325	0,435	0,64
T^2 (s^2)	0,52	1,06	1,32	1,87	2,69



Az ábrázolt függvény mely adatából tudja meghatározni a nehézségi gyorsulás értékét? Gondolatmenetének feltüntetésével adja meg g értékét!

A $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l$ függvény meredeksége $\frac{4\pi^2}{g}$=4,4047

ebből $g \approx \frac{39,48}{4,4} = 8,97\, {}^{m}/_{s^2}$.

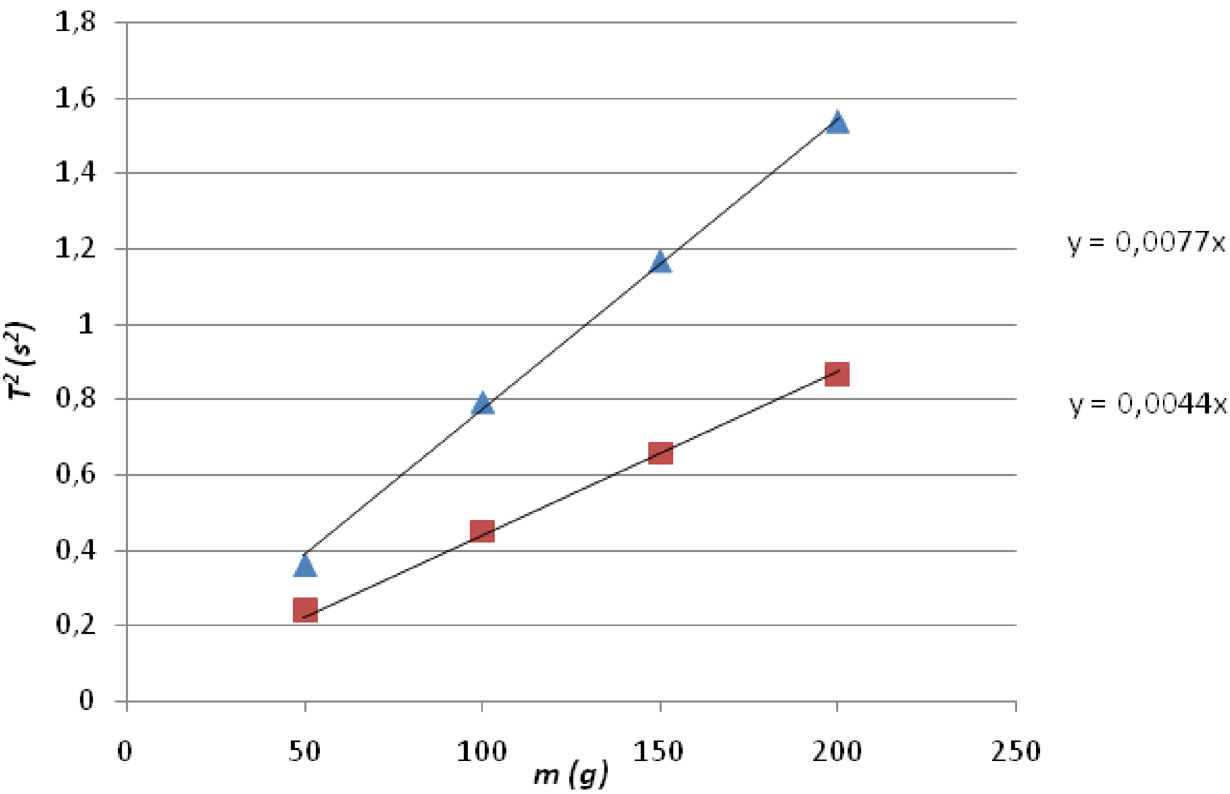
Az összes mérési adatát fölhasználva hogyan lehetett volna pusztán algebrai úton meghatározni g értékét?

Minden egyes mért adatpárból külön-külön kiszámolom g értékét, majd veszem azok számtani közepét.

2. MÉRÉS: RUGÓRA AKASZTOTT TEST REZGÉSIDŐ-KÉPLETÉNEK VIZSGÁLATA

„A rezgésidő-képlet igazolására akasszon különböző nagyságú tömegeket a rugóra és mindegyik tömeg esetén mérje a rezgésidőt! Az időmérés hibájának csökkentésére 10 rezgés idejét mérje, és ossza 10-zel.) A rezgésidő-képlet szerint egy adott rugó esetén a rezgésidő a rezgő tömeg négyzetgyökével arányos: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$. *A mérési eredményeket foglalja táblázatba, majd grafikus ábrázolással igazolja a* $T \sim \sqrt{m}$ *arányosságot!”* Illesszen megfelelő függvényt a kapott pontokra!

m (g)	*50*	*100*	*150*	*200*
T (s)	*0,60*	*0,89*	*1,08*	*1,24*
T^2 (s^2)	*0,36*	*0,79*	*1,17*	*1,54*



Mitől függ a kapott egyenes meredeksége? **A rugóállandótól.**

Ismételje meg a mérést két másik rugóval (amelyek csak hosszukban különböznek az előzőtől)! Mit vár, hogyan változik a meredekség az egyes esetekben?
A rövidebb rugó erősebb, ezért a meredekség kisebb lesz.

Adatait rögzítse táblázatban, majd az ábrázoláshoz használja az előző grafikont!

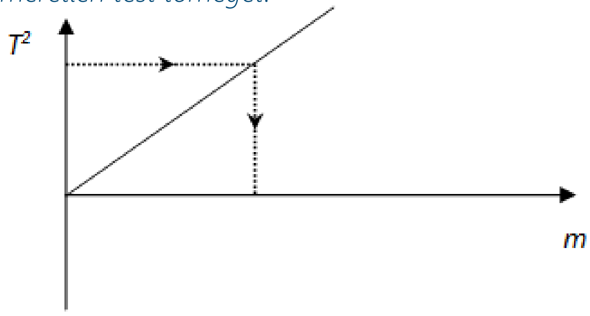
T' (s)	*0,49*	*0,67*	*0,81*	*0,93*
T'^2 (s^2)	*0,24*	*0,45*	*0,66*	*0,86*

3. MÉRÉS: ISMERETLEN TÖMEG MEGHATÁROZÁSA

Az előző grafikonok kalibrációs függvényként is használhatóak, így alkalmasak ismeretlen tömeg meghatározására. Természetesen az eljárás akkor lesz alkalmas a feladat megoldására, ha az ismeretlen tömeg a mérési tartományunkba esik, hiszen nem tudjuk, hogy a rugó azon kívül is az összefüggésnek megfelelően viselkedik-e.

„Akassza az ismeretlen testet a rugóra és mérje meg a rezgésidőt! Az így mért rezgésidő és az előzőleg kimért grafikon alapján határozza meg az ismeretlen test tömegét!"

Vázolja a gondolatmenetét
az alábbi egyszerűsített ábrán!



Hogyan határozná meg az egyes rugók direkciós állandóját? Adjon meg statikus és dinamikus módszert is!
Statikusan a rugó erőtörvényéből (F/Δl – méréssorozat esetén az F-Δl függvény meredeksége adja), dinamikusan a rezgésidő képletéből, az előbbi méréssorozat meredekségéből.

Mérési adatait felhasználva adja meg az egyik rugó direkciós állandójának értékét!
Az illesztett egyenes egyenletéből a meredekség 0,0077 s^2/g.

$y^2=m\cdot x$ (ahol m a meredekség)

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D}\cdot m$$

$$0{,}0077 = \frac{4\pi^2}{D} \rightarrow D = \frac{39{,}48}{0{,}0077}\, {}^{g}/{}_{s^2} = 5127\, {}^{mN}/{}_{m} \approx 5{,}13\, {}^{N}/{}_{m}$$

Mekkora lenne ez az érték, ha a rugót félbevágnánk?
Az eredeti kétszerese (ez könnyen belátható, ha meggondoljuk egy megnyújtott rugó felének megnyúlását, amelynek hosszát az egyensúly miatt ugyanakkora erő változtatja, de megnyúlása nyilván a teljes rugó megnyúlásának a fele).

TAPADÓKORONGOS JÁTÉKPISZTOLY-LÖVEDÉK SEBESSÉGÉNEK MÉRÉSE BALLISZTIKUS INGÁVAL

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- tapadókorongos játékpisztoly lövedékkel
- bifilárisan felfüggesztett inga
- hurkapálca
- fahasáb, állvány
- mérőszalag
- mérleg

A mérés bevezetéseképpen érdemes rávilágítani, hogy elvileg a lövedék sebessége más módon is megmérhető. A diákok ebből láthatják, hogy egy-egy mérés hibája miből adódhat, illetve miért érdemes pl. az érettségi leírásban megadott kísérleti összeállítással mérni.

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: JÁTÉKPISZTOLY-LÖVEDÉK SEBESSÉGÉNEK BECSLÉSE HAJÍTÁSBÓL

Ismert magasságból lője ki vízszintesen a lövedéket, és mérje a talajra érkezéshez tartozó vízszintes irányú elmozdulást. Milyen mozgást végez a lövedék? Vízszintes hajítás.
Indítási magasság: **h = 0,9 m**
Vízszintes elmozdulás: **s = 5,25 m**
Ha a közegellenállást nem vesszük figyelembe a számításnál, adja meg a lövedék mozgásához tartozó függőleges és vízszintes elmozdulásokat leíró egyenleteket.

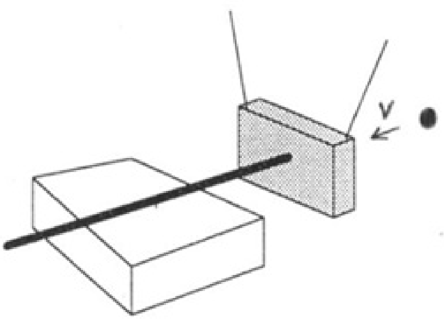
függőleges: $h=(g/2)t^2$

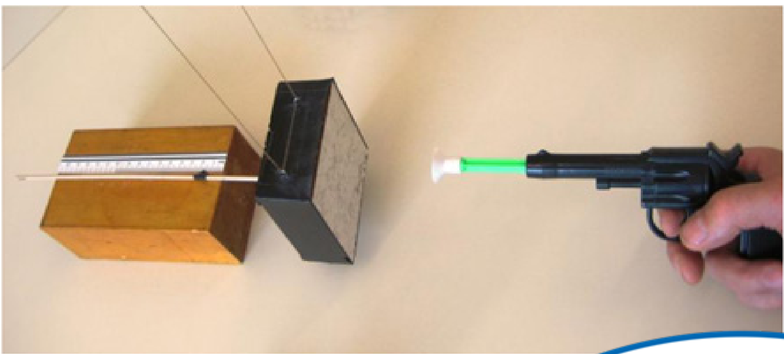
vízszintes: $s=v_0t$

A függőleges mozgáskomponens egyenletéből az időt meghatározva számítsa ki a kezdősebességet.

$$v_0=\frac{s}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}=\frac{5,25m}{\sqrt{\frac{2\cdot 0,9m}{9,81m/s^2}}}=12,26\,{}^{m}/_{s}$$

2. MÉRÉS BALLISZTIKUS INGÁVAL





2. MÉRÉS BALLISZTIKUS INGÁVAL *(folytatás)*

„A bifilárisan felfüggesztett inga mögé néhány cm távolságra rakja le a támaszt, és erre fektesse a hurkapálcát úgy, hogy az hátulról éppen érintse az ingatest középpontját. A játékpisztollyal elölről, az inga lapjára merőlegesen lőjön, a hasáb közepét (tömegközéppont) megcélozva. (A célzáskor a pisztolyt tartsa távolabb az ingától, mint a tapadókorongos lövedék szára!) Jó célzás esetén a tapadókorong megtapad az ingán, és az inga hátralendül anélkül, hogy közben billegne."

Milyen mozgást végez a lövedék a csőben? Minek a hatására?
Gyorsuló mozgást végez, a rugó hatására.

Hogyan jellemezhetjük a lövedék mozgását a pisztoly elhagyása után az ütközésig? Miért?
Egyenletesnek tekinthetjük a mozgást, hiszen ekkora úton nem érvényesül a közegellenállás hatása, és egyenes vonalúnak, ugyanis a függőleges elmozdulás ennyi idő alatt elhanyagolható.

Milyennek tekinthető a lövedék és az inga ütközése, ha a korong rátapad az ingára?
Tökéletesen rugalmatlan, hiszen együtt mozognak tovább.

Írja fel erre az esetre a lendületmegmaradás törvényének megfelelő egyenletet!

$$m \cdot v_0 = (m+M) \cdot v_{közös}$$

Milyen mozgást végez az inga a lövedékkel az ütközés után?
Ingaként közelíthető harmonikus rezgéssel (a szögkitérés elég kicsi).

Milyen mennyiségekkel jellemezhető ez a mozgás?
Periódusidő, amplitúdó, maximális sebesség, maximális gyorsulás, frekvencia.

Melyek mérhetőek ebben az összeállításban?
Közvetlenül a periódusidő és az amplitúdó.

A méréshez szükséges gondolatmenetet foglalja össze a következő ábra kitöltésével! Írja be a mért értékeket, és határozza meg a lövedék ütközés előtti sebességét!
Itt az alapvető cél az, hogy a diákok egy összetett mérés apró részleteinek kifejtésével végigvigyenek egy gondolatmenetet. Értsék meg, hogy mely ponton alkalmazunk közelítést a jelenség leírására, és melyik esetben használunk egy törvényszerűséget. Ez abból a szempontból is fontos, hogy a diákok lássák a hibaforrásokat, a mérési eljárás fizikai tartalmán túl annak buktatóit, amelyet összehasonlíthatnak az 1. pontban szereplő méréssel. Ennél a feladatnál például hiába határozzuk meg több megismételt méréssel a kérdéses mennyiséget, arra már két kilövés esetén is jelentős különbség adódhat az eszköz (játékpisztoly) statisztikus viselkedése miatt.

2. MÉRÉS BALLISZTIKUS INGÁVAL *(folytatás)*

a hurkapálca elmozdulása:
.... cm
az ingamozgás jellemző
mennyiségének neve, jele, értéke:
....................................., ... cm

az inga 10 lengésének ideje:
.... s
az ingamozgás jellemző
mennyiségének neve, jele, értéke:
....................................., ... s

az ingamozgás jellemző mennyiségének neve, jele:
....
az előzőekkel való kapcsolata (összefüggés):

számolt értéke: ....

az ütközés utáni közös
sebesség értéke:

behelyettesítés a lendületmegmaradás törvényének egyenletébe:

a lövedék ütközés előtti
sebessége:

Tekintsük át a gondolatmenetet visszafelé, hiszen a meghatározandó mennyiség (a lövedék sebessége) a tökéletesen rugalmas ütközésre felírható lendületmegmaradás törvényének egyenletében szerepel.

$$m \cdot v_0 = (m+M) \cdot v_{közös}$$

Ebben az egyenletben a tömegek mérleggel megmérhetőek, tehát v_0 értékének megadásához $v_{közös}$ meghatározása szükséges. Az 1. méréssel ellentétben itt nem az egyenletes mozgást jellemző út-idő összefüggéssel dolgozunk (az idő közvetett mérésével - függőleges mozgáskomponensből - és a vízszintes elmozdulás közvetlen mérésével adjuk meg a sebességet), hanem a ballisztikus inga jellemző mennyiségeit mérjük. Érdemes megjegyezni, hogy valójában most is távolság (amplitúdó) és idő (periódusidő) jellegű mennyiségeket mérünk, melyekből formailag hasonlóan számolható egy sebesség érték (v_{max}~A/T). Ez a sebesség azonban a harmonikus rezgőmozgásként közelített matematikai inga maximális sebessége, amely egyben a lövedék és az ingatest ütközés utáni közös sebessége. Ezzel teljes a mérés gondolatmenete, ami alapján a lövedék ütközés előtti sebessége meghatározható.

2. MÉRÉS BALLISZTIKUS INGÁVAL *(folytatás)*

Az amplitúdó meghatározása a fahasáb mögött elhelyezkedő hurkapálca elmozdulásának mérésével történik. Nagyon fontos, hogy a pálca alátámasztásaként olyan hasábot válasszunk, amelyen a pálca elegendően nagy súrlódással mozoghat, hiszen ez a mérés pontatlanságát nagyban növelheti (nem jól előkészített mérési összeállítás esetén a pálca az ingával rugalmasan ütközve könnyedén elhagyhatja az alátámasztást is, illetve ha az nem elegendően hosszú, a pálca könnyen lebillenhet róla az elmozdulás után). Ügyelni kell továbbá arra, hogy a pálca kezdetben érintkezzen az ingával. Az elmozdulás könnyebb méréséhez célszerű a pálcára kis jelölő ragasztást elhelyezni.

Az inga lengésidejét a szokásos módon 10 lengésből határozzuk meg a stopperóra indításakor fellépő reakcióidő csökkentése érdekében.

HIBABECSLÉS

Ebben a mérésben a hiba okokat határozhatjuk meg, a diákoktól nem várjuk el a hibabecslést, hiszen nem méréssorozatról van. Már csak azért sem, mert ha többször ismételjük a mérést, az eredmények nagyon eltérőek lesznek: a puskát elhagyó lövedék nagyon különböző sebességre tehet szert.

<u>A hibaforrások megadása:</u>

mérőszalag pontossága (leolvasási hiba),
a stopper és a mérleg pontossága
reakcióidő a lengésidő meghatározásánál

(Tanári háttérismeretként becsüljük meg egy mérés hibáját.
Ha például az amplitúdó mérésének abszolút hibája 0,1 cm, a lengésidő mérésének abszolút hibája körülbelül 0,01 s, akkor mindkét megadható ezen mennyiségek mérésének relatív hibája is az aktuális adatok segítségével.
A maximális sebesség mérésének relatív hibája a hibaterjedés szabálya szerint a $v_{max}=A\cdot(2\pi/T)$ képlet alapján: $\delta(v_{max})= \delta(A)+\delta(T)$. A tömegmérés hibajáruléka is figyelembe veendő: ha a lövedék tömege sokkal kisebb, mint a hasáb tömege, akkor a lövedék sebességének relatív hibájához csak a lövedék tömege ad hibajárulékot. A lövedék tömegének abszolút hibája a mérleg pontosságától függ, a mi esetünkben 0,1 g. Így a lövedék sebességének relatív hibájának nagyságrendje (mivel minden mérés más adatot szolgáltat, ezért csak karakterisztikus nagyságrendeket adunk meg az egyes mennyiségek mért értékére):

$$\delta(v_{lövedék})= \delta(v_{max})+\delta(m_{lövedék})=$$

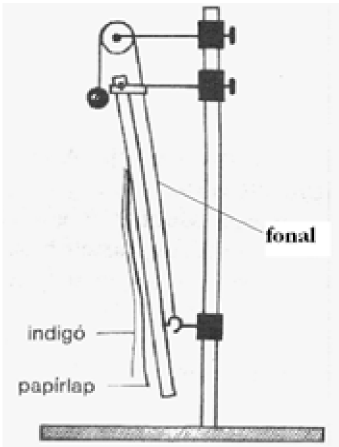
$$\frac{0{,}1cm}{5cm}+\frac{0{,}01s}{0{,}5}+\frac{0{,}1g}{10g}=0{,}02+0{,}02+0{,}01=0{,}05=5\%.)$$

NEHÉZSÉGI GYORSULÁS ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSA „AUDACITY” SZÁMÍTÓGÉPES AKUSZTIKUS MÉRŐPROGRAM SEGÍTSÉGÉVEL

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK

- Whiting-féle deszkás inga
- stopper, mérőszalag
- számítógép Audacity programmal, mikrofonnal
- érdes felület
- golyó
- állítható magasságú vízszintes felület

1. BEVEZETŐ MÉRÉS: G-MÉRÉS DESZKÁS INGÁVAL



A g mérésének nehézsége általában abban rejlik, hogy a szabadon eső test túl gyorsan mozog ahhoz, hogy az időt megfelelő pontossággal mérjük. Ezt a problémát küszöböli ki például a fonálingával történő mérés. Amennyiben mégis a szabadesésből, mint jelenségből indulunk ki, meg kell oldani az idő lehető legpontosabb mérését. Hasonlót láthattunk a vízszintes hajítás esetén is, amikor a vízszintes sebességkomponens meghatározásához használtuk fel a függőleges mozgáskomponens út-idő összefüggését. Szellemes megoldás a nehézségi gyorsulás deszkás ingával történő mérése, amikor a szabadon eső test elmozdulását és esésének idejét is egy - a testtel egyszerre indított - deszkával, mint fizikai ingával mérjük. A deszka lapjára indigós papírt rögzítünk, amelyen a zuhanó test nyomot tud hagyni. Szélső helyzetből indítva a deszkát a szabadon eső testtel negyed periódus múlva találkozik, így az esés ideje a fizikai inga lengésidejéből könnyedén meghatározható.

a) Az ábrán látható összeállítást használva a fonal elégetésével indítsa el a golyót és az ingát, majd mérje le a szabadeséshez tartozó elmozdulást! **h = 45,3 cm**

b) Mérje meg a deszka lengésidejét! Ehhez 10 lengés idejét mérjük.

T = 1,2 s ebből az esés időtartama **t = T/4=0,3 s**

c) A szabadesés út-idő összefüggésének felhasználásával adja meg g értékét!

$$h = \frac{g}{2}t^2$$

$$g = \frac{2h}{t^2} = 10,07 m/s^2$$

2. MÉRÉS: NEHÉZSÉGI GYORSULÁS MEGHATÁROZÁSA AUDACITY PROGRAMMAL

A szabadesés idejének mérésére ma már különböző műszeres lehetőségek állnak rendelkezésre. Különböző kreatív megoldásokat alkalmazhatunk: használhatunk digitális időmérőt mágneses indítással, vagy fénykaput (illetve fénykapukat) is. Ebben a mérésben érdes felületű asztallapról indított golyó mozgásának szakaszait vizsgáljuk a mozgás közben jelentkező hanghatások kiértékelésével.

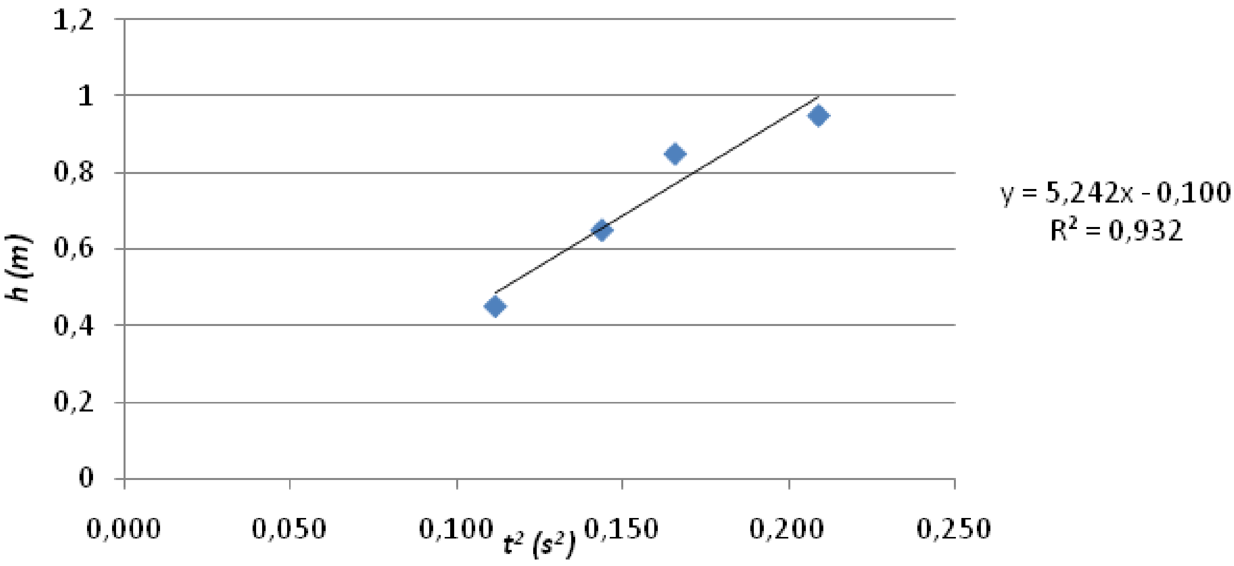
2. MÉRÉS: NEHÉZSÉGI GYORSULÁS MEGHATÁROZÁSA AUDACITY PROGRAMMAL *(folytatás)*

A használandó szoftver kezelése igen egyszerű. Indítsa el a felvételt, majd a hangminta vizsgálandó tartományát nagyítsa úgy, hogy a jellemző hangokhoz tartozó amplitúdó jól látható legyen. Az időtartam leolvasása az általunk kijelölt tartomány vízszintes tengelyén leolvasható, illetve a program kiírja az intervallum hosszát.
A méréshez kövesse az alábbi leírást!
„Készítsen hangfelvételt az „Audacity" program segítségével a golyó mozgását kísérő hangokról!
- A hangfelvétel grafikonján mérje meg a golyó eséséhez tartozó időszakaszt (a guruló golyó hangja és a koppanás közötti csendes tartományt) ezredmásodperces pontossággal!
- A mérést ismételje meg legalább 4 különböző magasságból indítva a golyót!
- A mért magasság- és időadatokat, illetve a mért időtartamok négyzetét foglalja táblázatba, majd ábrázolja az esési magasságot az esési idő négyzetének függvényében! A grafikon alapján határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!"

h (m)	**0,45**	**0,65**	**0,85**	**0,95**
t (s)	**0,334**	**0,379**	**0,407**	**0,457**
t^2 (s^2)	**0,112**	**0,144**	**0,166**	**0,209**

Miért érdemes a vízszintes tengelyen az idő helyett annak négyzetét ábrázolni?
Így könnyebb a függvény illesztése, akár szabadkézzel is.

A kapott függvény mely adatából adható meg g értéke?
A meredekség kétszerese.



Határozza meg a kapott eredmény abszolút és relatív hibáját! Ehhez számolja ki minden magassághoz g értékét, átlagolja azt, majd vegye az átlagtól való eltérések átlagát!

2. MÉRÉS: NEHÉZSÉGI GYORSULÁS MEGHATÁROZÁSA AUDACITY PROGRAMMAL *(folytatás)*

	1.	2.	3.	4.	$\bar{g}, \overline{\Delta g}$
$g\ (m/s^2)$	**8,07**	**9,05**	**10,26**	**9,10**	**9,12**
$\Delta g = \lvert g_i - \bar{g}\rvert$	**1,05**	**0,07**	**1,14**	**0,02**	**0,57**

$$\Delta g_{absz} = \overline{\Delta g} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert g_i - \bar{g}\rvert}{n} = 0{,}57 m/s^2$$

$$g = \bar{g} \pm \overline{\Delta g} = (9{,}12 \pm 0{,}57) m/s^2$$

$$g = \bar{g} \pm \frac{\overline{\Delta g}}{\bar{g}} = 9{,}12 m/s^2 \pm 6{,}25\%$$

Az illesztett függvény kiértékelésével kapott g érték és az egyes mérésekből számolt átlag g között tapasztalható némi eltérés. Mi lehet ennek az oka, illetve mi a grafikus jelentése az átlagolással kapott értéknek?
Az általunk használt módszer az origó és az egyes mérési pontok összekötésével kapott egyenesek meredekségének átlaga.

Végezze el az egyenes kiértékelését számítógéppel is! Excell programba vigye be az adatokat (h-t^2), majd illesszen egyenest!
Adja meg a számítógép által számolt egyenes egyenletét:

y = 5,2429x - 0,1004
Ebből: **g = 10,48m/s²**

Nézzen utána, hogy a számítógép milyen elven illeszti a mérési pontokra az egyenest!
Az illesztéssel során az ún. legkisebb négyzetek módszerével kapjuk g értékét.

Milyen adatot számol az excell program a hiba jellemzésére?
R^2 , ami az illesztést jellemzi.

Adja meg g ezzel a módszerrel mért értékének az irodalmi értéktől való eltérést!

$$\frac{\lvert g_{ir} - g\rvert}{g_{ir}} = \frac{\lvert(9{,}81 - 10{,}48)\rvert m/s^2}{9{,}81 m/s^2} \approx 0{,}07 \rightarrow 7\%$$

__Megjegyzések:__
A mérés hibája alapvetően attól függ, hogy a szoftver által kiadott hangminta mennyire jól adja vissza a várt jelalakot. Nagyban növelhetjük a pontosságot, ha ennek érdekében a golyót érdes felületű kerámialapon indítjuk, ahogy a mérés eredeti leírása is kéri, valamint megfelelő érzékenységű mikrofont használunk. A szoftver működését mindenképpen meg kell ismertetni a diákokkal, hogy pl. egy kisebb amplitúdójú jelalakot hogyan tudnak felnagyítani a képernyőn, illetve hogyan célszerű a hangmintát a szoftverrel elemezni. Az esés idejét kijelölhetjük a hangmintán, a szoftver pedig megadja a kijelölt időintevallum hosszát.

PALACK OLDALÁN KIFOLYÓ VÍZSUGÁR VIZSGÁLATA

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

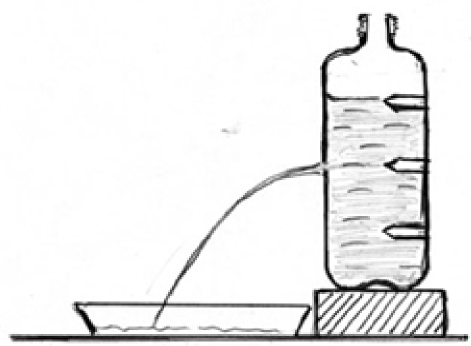
- műanyag tálca
- az oldalán előre kilyukasztott és jelölésekkel ellátott, műanyag palack
- emelvény a palacknak
- fényképezőgép USB kábellel
- számítógép
- víz, tölcsér
- mérőszalag, vonalzó

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: ZÁRT PALACKBÓL KIFOLYÓ VÍZ VIZSGÁLATA (TANÁRI DEMONSTRÁCIÓ)

A második kísérletben is használt palackot töltsük meg ¾ részéig vízzel, majd tegyünk rá kupakot. Távolítsuk el az oldalán található lyuk ragasztását. Figyelje a kifolyó víz pályájának alakját és a palackban maradt víz szintjét!

Mit tapasztal?
A pálya alakja folyamatosan változik, a palackban a vízszint csak egy darabig csökken, aztán megáll.
Mi a látottak oka?
1. Csökken a nyomás, csökken a kiömlési sebesség.
2. A palackban annyira lecsökken a nyomás, hogy beáll egy egyensúlyi helyzet.

2. PALACK OLDALÁN KIFOLYÓ VÍZ MOZGÁSÁNAK VIZSGÁLATA ÉS SEBESSÉGÉNEK MEGHATÁROZÁSA



„A palackot helyezze a dobogóra, helyezze a dobogó mellé a tálat (a palack oldalán lévő lyuk a tál felé nézzen)! A szigetelőszalagból vágott csíkokat a palack oldalára ragasztva jelölje meg a palack magasságának negyedét, felét (itt a lyuk) és háromnegyedét! Mérje le és jegyezze fel a szintjelek távolságát! Ragassza le szigetelőszalaggal a lyukat, majd töltse fel a palackot vízzel, de ne zárja le! Állítsa be az állványon lévő digitális fényképezőgépet úgy, hogy oldalról merőleges irányból lássa a palackot és a kifolyó vízsugarat (hasonlóan az összeállítási rajzhoz)! Törekedjen arra, hogy a palack és az oldalnyíláson kifolyó vízsugár optimálisan kitöltse a képmezőt! Óvatosan vegye le a lyukat záró szigetelőszalagot! A palack oldalán vékony, ívelt sugárban folyik ki a víz. A vízsugár annál távolabb ér a tálba, minél magasabb a kifolyónyílás feletti vízréteg magassága. Ez a víz kifolyásával lassan csökken, így a kiömlő víz sebessége is változik."

„Készítsen digitális fényképet a kifolyó vízsugárról akkor, amikor a vízszint a palackban éppen eléri a felső jelölést! A kinyomtatott fotón végzett szerkesztéssel igazolja, hogy a vízsugár alakja parabola!"

SZÉCHENYI 2020

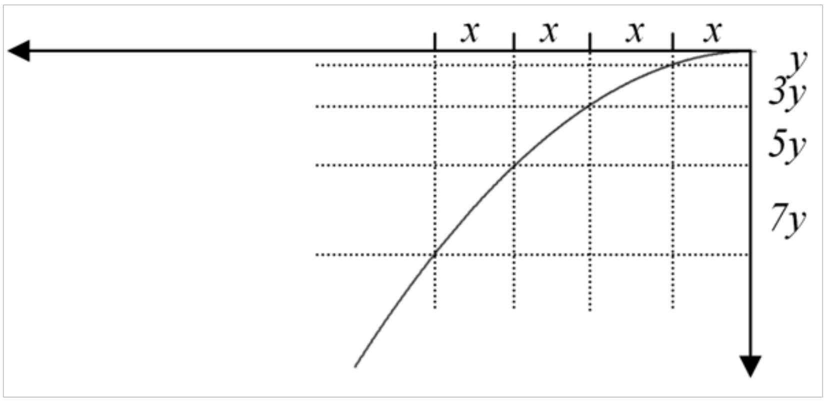
Magyarország Kormánya
Európai Unió Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tatai Városkapu Közhasznú Zrt.

A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014

2. PALACK OLDALÁN KIFOLYÓ VÍZ MOZGÁSÁNAK VIZSGÁLATA ÉS SEBESSÉGÉNEK MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

Az alábbi ábrán mutassa be a mérés elvét, ahogy a pálya alakjáról igazolható, hogy az parabola.
A parabolaalak igazolása többféle módszerrel is megtehető. Nyilvánvalóan most azt célszerű választani, ami a fizikai mérés gondolatmenetéhez jobban illeszkedik, ezért a feladat átfogalmazható úgy is, hogy azonos vízszintes elmozdulásokat választva igazolja a vizsgázó a megfelelő függőleges elmozdulások négyzetes úttörvényből adódó arányait, vagyis hogy azok rendre az 1:3:5:7 aránynak megfelelő hosszúságúak. E mögött nyilvánvalóan meghúzódik az a feltételezés, hogy a vízsugár mozgását csak a nehézségi erő befolyásolja, vagyis a mozgás vízszintes hajításnak tekinthető. Érdemes utalni a lövedék sebességének mérését megcélzó 1. feladatra, ugyanis a lövedék esetében mindenképpen figyelembe kellene venni a közegellenállást. Ebben az esetben a parabolaalak a vizsgázó szeme előtt „rajzolódik ki", ezért a diákok láthatják a mérés további részének értelmét: a vízszintes hajítás összefüggései alkalmazhatóak ebben az esetben a kiömlési sebesség meghatározására. (Megjegyzés: természetesen a parabola nem függvényként, hanem geometriai alakzatként való értelmezése is használható a pálya alakjának vizsgálatához, de nem javasolom az érettségin való alkalmazását. A gondolatmenetet más irányba tereli, fölösleges időt elvéve a felkészüléstől. Házi feladatként, vagy tehetséggondozó szakkörön elképzelhetőnek tartom a használatát.)
A grafikus kiértékelés lényegét mutatja be az alábbi ábra, amely a felkészülést segítő feladatlapon a diákok számára követhetővé teszi a mérés logikáját.



A pálya alakjából milyen mozgástípusra következtethetünk? **Vízszintes hajítás.**

Írja fel a vízszintes és a függőleges mozgáskomponensekhez tartozó út-idő összefüggéseket!
vízszintes: $\mathbf{s=v_0\,t}$ függőleges: $\mathbf{h=(g/2)\,t^2}$

Fejezze ki az egyenletekből a lyukon kiömlő víz sebességének nagyságát úgy, hogy abban csak mérhető mennyiségek szerepeljenek:

$$v_0 = \frac{s}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} =$$

A fotón a valódi mozgás kicsinyített mása látható egy pillanatban. Adja meg a kicsinyítéshez tartozó arányt egy jellemző távolság palackon és fotón való lemérésével!

palack valódi magassága: **T = 31,5 cm**
fotó: **K = 17,2 cm**
arány: **N=K/T = 0,546**

2. PALACK OLDALÁN KIFOLYÓ VÍZ MOZGÁSÁNAK VIZSGÁLATA ÉS SEBESSÉGÉNEK MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

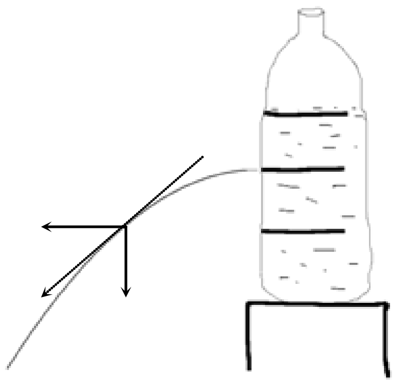
A meghatározott arány segítségével adja meg a vízsugár egy tetszőlegesen kiszemelt pontjához tartozó függőleges és vízszintes elmozdulás értékeket.

$$s_{fotó} = 5\,cm \rightarrow s_A = \frac{5cm}{0{,}546} \approx 9{,}2\,cm = 0{,}092\,m$$
$$h_{fotó} = 1{,}6\,cm \rightarrow h_A = \frac{1{,}6cm}{0{,}546} \approx 3\,cm = 0{,}03\,m$$

Ez alapján számítsa ki a lyukon kiömlő víz sebességének nagyságát!

$$v_0 = \frac{s_A}{\sqrt{\frac{2h_A}{g}}} \approx 1{,}2\,{}^{m}/{}_{s}$$

„Rajzolja be a vízsugár pillanatnyi sebességének irányát a palackon bejelölt alsó negyed magasságában, s a sebességvektor vízszintes és függőleges komponensének aránya alapján igazolja, hogy a vízsugár sebességének vízszintes összetevője megegyezik azzal a sebességgel, amit egy szabadon eső test szerezne, ha épp olyan magasságból esne kezdősebesség nélkül, mint amekkora a palackban lévő vízfelszín és a palack oldalán lévő nyílás magasságkülönbsége! Az állítás igazolása során használja ki, hogy a szomszédos jelölések közötti távolság azonos!" Készítsen vázlatos rajzot a gondolatmenetéről a feladatlapon is!



A vízsugár pillanatnyi sebességének iránya a görbe adott pontjába húzott érintőjének irányával egyezik meg. A kérdésben megjelölt pontban a vízsugáréppen akkora függőleges sebességgel rendelkezik, mint az felső és a középső jel között szabadon eső test a középső jel magasságában.Ez a mechanikai energia megmaradás tételéből triviálisan következik, hiszen a jelek távolsága azonos, így a két esetben a függőleges sebességkomponensre (illetve szabadesésnél sebességre) felírható:

$$m g h = 1/2\ m v_f^2.$$

Tehát v_f (a közegellenállást elhanyagolva) csak a h függőleges elmozdulástól függ.
A kiömlési sebesség a vízszintes hajítást végző vízsugár vízszintes irányú sebességkomponensével egyezik meg. A feladat állítását akkor tekinthetjük igazoltnak, ha a rajzon méréssel bebizonyítjuk, hogy a kérdéses pontban a sebesség függőleges és vízszintes sebességkomponense megegyezik, illetve a sebességvektor a vízszintessel 45°-os szöget zár be.

Megjegyzések:
A megoldások sikere nagymértékben múlik azon, hogy az ábrán a koordináta-tengelyeket jól veszszük-e föl. Ez különösen akkor okozhat gondot, ha nem sikerült tökéletesen a fényképünk. Kihasználhatjuk a parabola geometriai definícióját is a bizonyításhoz, de az ismertetett gondolatmenet illeszkedik jobban a mozgás fizikai értelmezéséhez.

Célszerű ezt az összetett feladatot úgy elvégezni, hogy az egyes feladatrészekhez tartozó megoldást más-más színnel jelöljük a fotón.

A HANG TERJEDÉSI SEBESSÉGÉNEK MÉRÉSE ÁLLÓHULLÁMOKKAL

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- hangvillák (ismert frekvenciával)
- mérőszalag
- nagyméretű, egyik végén zárt üveghenger
- víz
- vékony műanyagcső
- „behangolt" műanyagcsövek, Kundt-cső

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: KÜLÖNBÖZŐ HOSSZÚSÁGÚ MŰANYAGCSÖVEK SEGÍTSÉGÉVEL LÉTREHOZOTT HANG (TANÁRI DEMONSTRÁCIÓ)

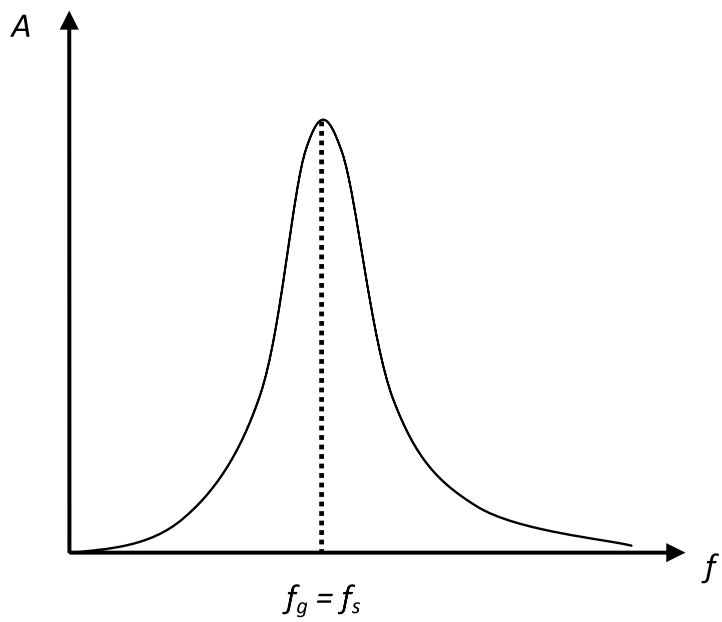
Figyelje meg az egyes csövek tenyérhez való ütésekor keletkező hang magasságát!

Mit tapasztal?
Minél rövidebb a cső, annál magasabb hangot hallunk.
Mi az oka a megfigyelt jelenségnek?
A kialakuló állóhullám frekvenciája nőtt.
A hang mely jellemző tulajdonságai változtak az egyes esetekben?
A hanghullám hullámhossza és frekvenciája (ezen alapszik az akusztikus hangszerek rezonátortestének működése is).

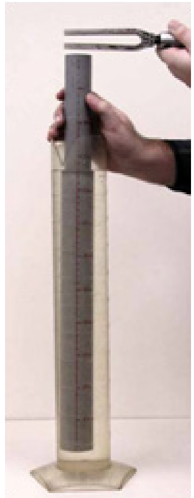
2. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: HANGSEBESSÉG MÉRÉSE KUNDT-CSŐVEL (TANÁRI DEMONSTRÁCIÓ)

A csőben található dugattyút állítsuk a hangszórótól 50 cm távolságra. Növeljük nulláról a hangszóró frekvenciáját, közben figyelje meg a hang erősségét!
Tapasztalatai alapján rajzolja meg a frekvencia függvényében a hangerősséget jellemző amplitúdót! Milyen jellegzetes függvényalak adódik? Mi a jelenség neve? Mi a feltétele? Ezt jelölje az ábrán!

Maximummal rendelkező függvény (harang alak), a jelenség neve rezonancia, melynek feltétele a gerjesztő frekvenciájának és a gerjesztett sajátfrekvenciájának azonossága.



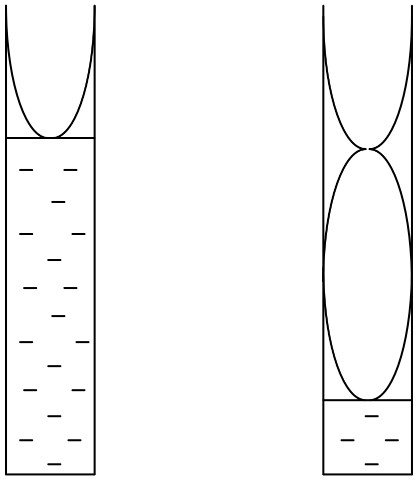
3. HANGSEBESSÉG MÉRÉSE HANGVILLA SEGÍTSÉGÉVEL



„A hengert állítsa a tálcára és töltsön bele vizet! Az oldalán skálával ellátott csövet merítse a vízbe! A csőben lévő levegőoszlopot alulról a víz zárja el, így a légoszlop hossza a cső emelésével és süllyesztésével változtatható. A cső szabad vége fölé tartsunk rezgő hangvillát, majd a maximálisan vízbe merített csövet emeljük lassan egyre magasabbra, közben figyeljük a hang felerősödését!
A maximális hangerősséghez tartozó levegőoszlop-magasságot (a cső peremének és a henger vízszintjének különbsége) mérjük le! Folytassuk a cső emelését egészen a második rezonancia-helyzetig, és mérjük le ismét a belső csőben lévő levegőoszlop hosszát!
A villa hangjának erősödése jelzi, hogy a csőben lévő légoszlop rezonál a hangvillára, azaz a csőben hang-állóhullám alakul ki."

Ebben a kísérletben mi a gerjesztő és mi a gerjesztett? Melyik jellemző paraméterét változtatjuk most?
A hangvilla a gerjesztő, a félig zárt csőben lévő levegőoszlop a gerjesztett, melynek hosszát, így sajátfrekvenciáját változtatjuk egy mérés során.

Rajzolja meg a csőben kialakuló állóhullám mintázatokat az alap állóhullám és az első felharmonikus esetén!



Milyen összefüggés van a vázolt esetekben a levegőoszlop hossza és a kialakuló állóhullám hullámhossza között? Becsülje meg, milyen hosszúságnál várja az alaphangot!

$$L_{becsült}=c_{hang}/4f=25cm$$

$$L=\lambda_0/4=25{,}5\ cm$$

$$L'=3\lambda_1/4=73\ cm$$

Adja meg a terjedési sebességet a hanghullám frekvenciájának és hullámhosszának segítségével!

$$c=\lambda\cdot f=1{,}02m\cdot 320Hz=326{,}40\ m/s$$

Határozza meg mindkét esetben a hangsebességet az ismert adatok felhasználásával!

$$c=1{,}02m\cdot 320Hz=326{,}40\ m/s$$

$$c'=0{,}96m\cdot 320Hz=307{,}2\ m/s$$

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

3. HANGSEBESSÉG MÉRÉSE HANGVILLA SEGÍTSÉGÉVEL *(folytatás)*

Ismételje meg a mérést további három, különböző frekvenciájú hangvilla esetén! Töltse ki a táblázatot! A hangsebességet minden esetben csak az alaphang segítségével számolja!
Átlagolja a különböző frekvenciájú hangvillák esetén kapott értékeket, majd képezze azok átlagtól való eltérését és az eltérések átlagát. Ebben az esetben ezt tekintjük a mérés abszolút hibájának.

	1.	2.	3.	4.	$\bar{c}$, $\lvert c_i - \bar{c}\rvert$ (m/s)
$f\,(Hz)$	320	384	426,6	480	
$\lambda\,(m)$	1,02	0,84	0,76	0,68	324,47
$c\,(m/s)$	326,40	322,56	322,51	326,40	
$\lvert c_i - \bar{c}\rvert$	1,93	1,91	1,96	1,93	1,93

Adja meg a mérés eredményét az abszolút, illetve a relatív hiba föltüntetésével!

$$\Delta c_{absz} = \overline{\Delta c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |c_i - \bar{c}|}{n} = 1,93\ {}^{m}/_{s}$$

$$c = \bar{c} \pm \overline{\Delta c} = (324,47 \pm 1,93)\ {}^{m}/_{s}$$

$$c = \bar{c} \pm \frac{\overline{\Delta c}}{\bar{c}} = 324,47\ {}^{m}/_{s} \pm 6\%$$

Megjegyzés:
A rendelkezésre álló eszközök (hangvilla, üveghenger, műanyagcső) nem minden esetben teszik lehetővé, hogy egy adott hangfrekvencia esetén két helyen tapasztalhassunk rezonanciát. Amennyiben van rá lehetőség, úgy korrektebb eljárás, ha a számításnál kihasználjuk a két rezonanciahelyzet esetén, hogy L'-L=λ/2. Ilyenkor természetesen nem számít melyik erősítési helyeket találtuk meg, ha azok szomszédosak. Ezzel azt is kiküszöböljük, hogy az L és λ közötti összefüggés csak vékony csőnél teljesül egzaktul.

4. GONDOLKODTATÓ KÉRDÉSEK

a) Sorolja be a hangot a hullámok különböző csoportjaiba!
Mechanikai, longitudinális.

b) Hogyan kellene módosítani a 3. kísérletben a csőben kialakuló mintázatokat, ha azt szeretnénk, hogy a rajz visszaadja a hang terjedési irányának és a levegő részecskéinek mozgásiránya közötti kapcsolatot?
A rajzon transzverzális állóhullámok láthatóak, a hang pedig longitudinális hullám, ezért sűrűsödéseket és ritkulásokat kellene ábrázolni.

c) Hangtani kísérletbemutatókon gyakran láthatunk olyan demonstrációt, amikor héliumgáz, illetve kén-hexafluorid gáz segítségével megváltoztatják az emberi hangot. A hang mely jellemző fizikai mennyiségei változnak meg ekkor?
Terjedési sebesség, frekvencia.

A kísérletet bemutató személy az egyik gázt nehezen tudja eltávolítani a szervezetéből. Melyiket és miért?
A kén-hexafluoridot, mert a levegőnél nagyobb sűrűségű.

TANÁRI SEGÉDLET

EÖTVÖS • LABOR
EÖTVÖS JÓZSEF GIMNÁZIUM • TATA

HALOGÉN IZZÓ INFRASUGÁRZÓ TELJESÍTMÉNYÉNEK MÉRÉSE

BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A kísérletek során használt eszközökkel rendeltetésszerűen dolgozzon, pontosan kövesse a tanári utasítást! Védje szemét az erős fénytől!

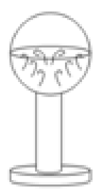
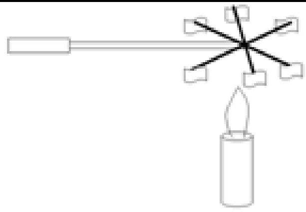
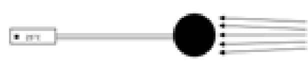
SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- halogén izzó
- digitális hőmérő
- furattal ellátott matt feketére festett rézgolyó
- állvány
- tolómérő, mérőszalag
- digitális mérleg
- konvekciót és hővezetést demonstráló eszközök
- gyertya, papírdarabok
- lombik furatos dugóval

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: A HŐTERJEDÉS FORMÁI (TANÁRI DEMONSTRÁCIÓ)

A bevezető kísérletek rövid leírása:
a) konvekció – ebben a kísérletben egy demonstrációs eszközt használunk, melynek lényege, hogy egy üvegburában víz és finom alumínium por található. Ha tenyerünkkel rövid ideig (kb. fél perc) megérintjük a burát, akkor az áramlás az alumínium por kavargásával jól láthatóvá válik.
b) hővezetés – ezt a kísérletet is egy demonstrációs eszközzel mutathatjuk be, melynek nyeléhez különféle anyagi minőségű fémek vannak erősítve. Ha előzetesen azok végére viasz segítségével kis papírdarabokat rögzítünk, óvatos melegítés hatására azok a hővezetés miatt leesnek.
c) hősugárzás – a kísérlet a 3. pontban leírt mérési elrendezésnek megfelelően kivitelezhető. Rézgolyónak alkalmas lehet a laboratóriumokban megtalálható Gravesand-kísérletben (hőtágulás) használt golyó is. Ügyeljünk az előkészítésénél a furat megfelelő méretére és helyére.

Rajzolja le az egyes esetekhez tartozó kísérleteket! Megfigyelései alapján a táblázatba írja le a jelenségek lényegét is!

	Hőáramlás (konvekció)	Hővezetés	Hősugárzás
A kísérlet vázlatos rajza			

A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014

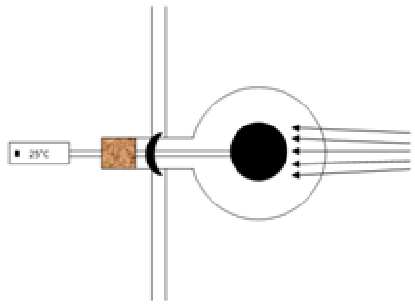
1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: A HŐTERJEDÉS FORMÁI (TANÁRI DEMONSTRÁCIÓ) *(folytatás)*

A jelenség lényege	**A részecskék helyet változtatnak, a nagyobb hőmérsékletű helyről a nagyobb mozgási energiájú részecskék a kisebb hőmérsékletű hely felé haladva ott ütközéssel veszítenek energiájukból, miközben a hidegebb helyen levő részecskék mozgási energiája nő (anyagáramlással járó energiatranszport).**	**A részecskék helyhez kötött mozgást végeznek, a nagyobb hőmérsékletű helyen levő nagyobb mozgási energiájú részecskék a szomszédos részecskékkel ütközve (illetve a kémiai kötéseken keresztül)azoknak energiát adnak át.**	**Elektromágneses sugárzás formájában ad át energiát a nagyobb hőmérsékletű test a kisebbnek, a kölcsönható testek nem érintkeznek.**

2. AZ ÜVEGHÁZHATÁS DEMONTRÁLÁSA (TANÁRI KÍSÉRLET)

Ebben a kísérletben az 1.c összeállítást annyiban szükséges kiegészíteni, hogy a rézgolyót a digitális hőmérő végével együtt egy parafa dugóval lezárt lombikba kell helyeznünk. A kísérlet látványos, és természetesen más tanórán is bevethető akár szabadtéri demonstrációként is a Nap sugarait használva.

Rajzolja le a kísérleti összeállítást, jegyezze le röviden tapasztalatait!



Kis idő múlva a burában lévő fémgolyó hőmérséklete nőni kezd, és valamivel nagyobb hőmérsékletű egyensúlyi helyzet alakul ki, mint bura nélkül.

Mivel magyarázza a jelenséget?

Az üvegen áthatoló és a fémgolyóra jutó sugárzás spektruma nem azonos a felmelegedett fém felületéről kisugárzott elektromágneses sugárzás spektrumával (ami elsősorban a golyó izzóétól különböző hőmérsékletéből adódik), amely egy része nem jut át a burán, így a zárt rendszert melegíti.

3. INFRASUGÁRZÁS TELJESÍTMÉNYÉNEK MEGHATÁROZÁSA

„A foglalatával állványra rögzített pontszerű izzót állítsa a golyóval egy magasságba, attól 10-15 cm távolságba! Mérje le a golyó és a lámpa távolságát! Olvassa le a hőmérőn a kiindulási hőmérsékletet (szobahőmérséklet), majd kapcsolja be a lámpát és egyidejűleg indítsa el a stopperórát! Olvassa le és jegyezze fel fél percenként a golyó hőmérsékletét! A mérést 4 percen át folytassa! Mérési eredményeit ábrázolja hőmérséklet-idő grafikonon! A golyó ismert adatai és a mért melegedési sebesség alapján határozza meg a golyót érő hősugárzás teljesítményét! A golyót melegítő teljesítményből – a lámpa távolságát használva - számítsa ki a vetítő-izzó infrasugárzási teljesítményét! (Az izzó hősugárzását tekintse gömbszimmetrikusnak!)

3. INFRASUGÁRZÁS TELJESÍTMÉNYÉNEK MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

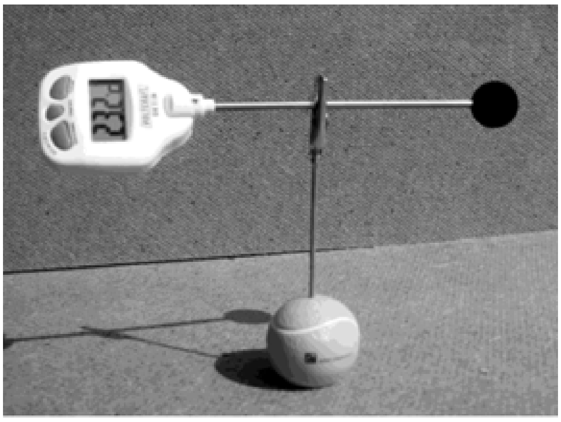
Olvassa le a hálózati teljesítménymérő műszeren az izzó által felvett elektromos teljesítményt és határozza meg az izzó hősugárzási hatásfokát!"

Mérje meg a kiadott eszközök segítségével a rézgolyó adatait:

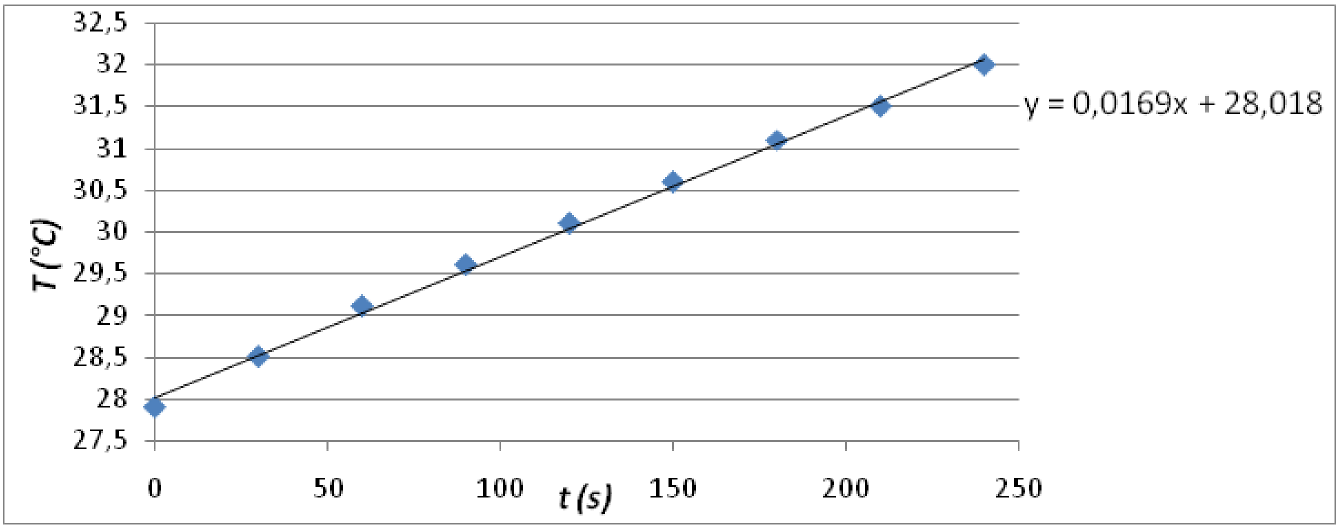
átmérője: **2,30 cm**
tömege: **52,10 g**

Táblázatból keresse ki a réz fajhőjét: **385 kJ/kg°C**

A mérési leírást követve mérési adatait rögzítse táblázatban, majd ábrázolja a T-t függvényt!



t (s)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
T (°C)	27,9	28,5	29,1	29,6	30,1	30,6	31,1	31,5	32



Írja föl a melegedés szakaszára a rézgolyó egységnyi idő alatt bekövetkező energiaváltozását:

$$P_{elnyelt} = \frac{E_{elnyelt}}{\Delta t} = \frac{c_{réz} \cdot m_{réz} \cdot \Delta T_{réz}}{\Delta t}$$

Ennek kiszámításához a függvény mely szakaszát tudja felhasználni és hogyan?
A hőmérséklet lineárisan változik az időben, ezért a matematikai összefüggés átfogalmazható a következőképpen:

$$(1) P_{elnyelt} = c_{réz} \cdot m_{réz} \frac{\Delta T_{réz}}{\Delta t}$$

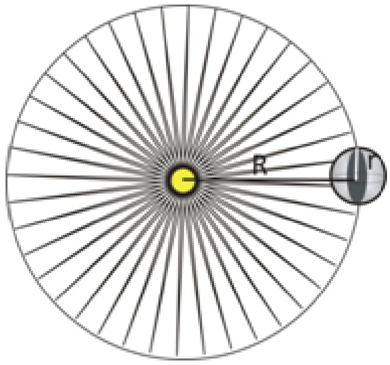
ahol $\frac{\Delta T_{réz}}{\Delta t}$ az illesztett egyenes meredeksége.
Ez az érték a grafikonról leolvasható: 0,0169 °C/s ≈ 0,017 °C/s.
Így $P_{elnyelt}$ = 385·0,052·0,017 = 0,34W

3. INFRASUGÁRZÁS TELJESÍTMÉNYÉNEK MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

Alkalmazza az elektrosztatikában megismert Gauss-törvényt az ábra jelöléseinek megfelelően:

$$\frac{P_{kibocsátott}}{P_{elnyelt}} = \frac{4\pi \cdot R^2}{r^2 \cdot \pi} \rightarrow P_{kibocsátott} = \frac{4 \cdot R^2}{r^2} \cdot P_{elnyelt}$$

$$= \frac{4 \cdot (0,15m)^2}{(0,023m)^2} \cdot 0,34W = 57,8W$$



Adja meg az izzó üzemi adatainak megadásával (vagy közvetlen az elektromos teljesítmény mérésével) az izzó infrasugárzásának hatásfokát:

$$\eta = \frac{P_{kibocsátott}}{P_{elektromos}} = \frac{57,8W}{100W} = 0,578 \approx 0,6$$

KAPCSOLÓDÓ PROBLÉMAMEGOLDÁSOK

Mérése alapján mit gondol, miért vonták ki a forgalomból a hagyományos izzókat?
A hagyományos izzók funkciója a látható tartományban való sugárzás, amelynek hatásfoka nagyon kicsi.

Hogyan határozná meg $P_{elnyelt}$ értékét a később kialakuló egyensúlyi állapot, illetve a hűlési szakasz felhasználásával?
Ahogy melegedik a rézgolyó, úgy nő a hőmérsékleti sugárzásból származó (Stefan-Boltzmann- törvény) leadott teljesítménye is. Valójában ezt pótolja a lámpától származó sugárzás, tehát a következő egyenlet írható:

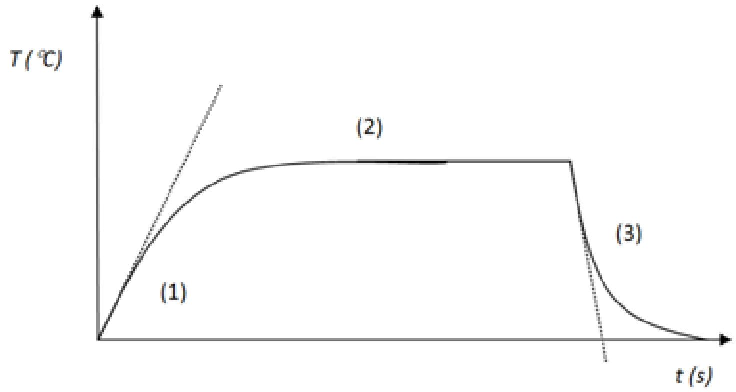
$$(2)\ P_{elnyelt} = P_{kisugárzott} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot T^4_{egyensúly}$$

Ebből a rézgolyó egyensúlyi hőmérsékletének mérésével $P_{elnyelt}$ meghatározandó.
A hűlési szakasz kezdete is közelíthető lineáris függvénnyel, így az alábbi összefüggés írható:

$$(3) P_{hűlés} = c_{réz} \cdot m_{réz} \frac{\Delta T_{réz}}{\Delta t}_{hűlés} = P_{kisugárzott} = \sigma \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot T^4_{egyensúly}$$

KAPCSOLÓDÓ PROBLÉMAMEGOLDÁSOK *(folytatás)*

Összefoglalva grafikusan:



b) A megismert mérési eljárás alapján megmérhető az ún. napállandó is. Milyen adatokra lenne szüksége annak meghatározásához?

Hasonlóan a modell-méréshez, a rézgolyó adatai, a hőmérséklet-idő függvény, és a napsugarak vízszintessel bezárt szöge.

A MÉRÉS HIBÁJÁRÓL

Ebben a mérésben csak a hiba okainak kvalitatív értelmezésére van lehetőség. A cél inkább a mérési eljárás megismerése, a pontosságnak ebben az esetben nincs nagy jelentősége, ugyanis olyan durva közelítésekkel és elhanyagolásokkal élünk az elméleti háttérben, amiből akár 100%-nál nagyobb hatásfokérték is adódhat. Az izzót pontszerűnek tekintjük a mérés során, ami nyilvánvalóan ilyen távolságadatok esetén nem helyes közelítés, valamint a mi mérési összeállításunkban az izzó olyan foglaltba helyezhető, melyhez egy kúpalakú lámpatest is tartozik pont azért, hogy az izzó fényét nagyobb mértékben az adott irányba verje vissza. Vagyis a gömbszimmetrikus közelítés sem helyes. Továbbá a mérésben R-rel jelölt távolság meghatározása is csak nagy pontatlansággal határozható meg, hiszen nem tudjuk az izzó pontos helyét megadni a burán belül.

KALORIMETRIA I.
SZILÁRD ANYAG FAJHŐJÉNEK MEGHATÁROZÁSA

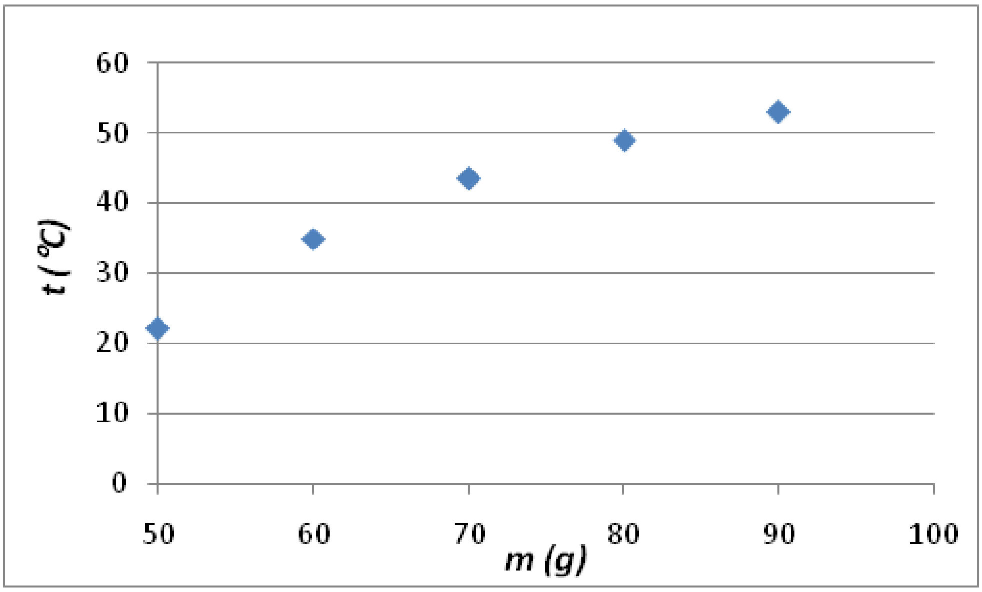
SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- kaloriméter
- 2 db hőmérő
- törlőruha
- mérleg
- 3 db főzőpohár
- alumínium csavarok
- forró és hideg víz

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: TERMIKUS KÖLCSÖNHATÁS VIZSGÁLATA

Helyezzen mérlegre főzőpoharat, majd tárálja a mérleget. Töltsön bele szobahőmérsékletű vizet, melynek mérje meg a tömegét. Folyamatos kevergetéssel töltsön a rendszerbe forró vizet és közben mérje az így keletkező keverék hőmérsékletét és tömegét. Olvassa le minden kb. 10 g hozzáöntött forró víz esetén a közös hőmérsékletet és a keverék tömegét!
Eredményeit rögzítse táblázatban, majd készítsen grafikont! A függőleges tengelyen a keverék hőmérsékletét a vízszintesen a keverék tömegének nagyságát jelölje.

m (g)	*50 g*	*60 g*	*70 g*	*80 g*	*90 g*
t (°C)	*22 °C*	*35 °C*	*43,5 °C*	*49 °C*	*53 °C*



Magyarázza meg, hogy a grafikon miért tér el az egyenestől!
Ha mindig ugyanannyi meleg vizet öntünk a keverékhez, akkor a rendszer belső energiája ugyannyival, de nem ugyanannyiszorosára nő. Nem mindegy, hogy 50 g, vagy 80 g vízhez töltünk 10 g vizet.

Mi okoz mérési hibát? Hogyan lehetne pontosítani a mérést?
A főzőpohárban lévő keverék és a meleg víz hőmérséklete is csökken a kísérlet során a környezettel való hőcsere miatt. A mérést pontosíthatjuk, ha a meleg víz hőmérsékletét állandó értéken tartjuk (pl. forrásban) és mindig ugyanolyan sebességgel adagoljuk a hidegebb rendszerhez (ugyanúgy hűljön közben), illetve a keveréket kaloriméterben tartjuk.

2. KALORIMETRIAI MÉRÉS: FAJHŐ MEGHATÁROZÁSA

„Mérje le a szárazra törölt kaloriméter tömegét fedővel, keverővel és a hőmérővel együtt! Töltse meg a kalorimétert – körülbelül háromnegyed részéig – forró vízzel, és mérje le ismét a berendezés tömegét a vízzel együtt. A két mérlegelés alapján az edénybe öntött víz tömege pontosan meghatározható (megj.: a mérleg tároló funkcióját használva a víz tömege közvetlen mérhető). Szobai hőmérőn olvassa le a szobahőmérsékletet, majd mérjen le a szobahőmérsékletű, száraz fémdarabokból kb. kétszer annyit, mint a kaloriméterbe töltött víz tömege. A fém tömegének nem kell pontosan megegyeznie a víz tömegének kétszeresével, de a tömegmérés legyen pontos! Olvassa le a kaloriméterben lévő meleg víz hőmérsékletét a hőmérőn! (A hőmérő leolvasása előtt bizonyosodjon meg róla, hogy a mérlegeléssel töltött idő alatt a kaloriméter hőmérséklete stabilizálódott!)"

A mérésben használt kaloriméter hőkapacitása: $C_{kal} = 65{,}8\ J/°C$

Megjegyzés:
az érettségi mérés ugyan nem kéri (értelemszerűen, hiszen kevés lenne rá a felkészülési idő), de egy másik alkalommal érdemes a diákokkal megmérni a kaloriméter hőkapacitását. Egyrészt a mérés elve hasonló, mint a fajhő meghatározásánál, így az érettségin elvárt mérést rutinosabban tudják elvégezni a tanulók (a kalorimetriás mérések különösen igénylik a mérésekben való jártasságot), másrészt egy általuk meghatározott adatot használhatnak további mérések elvégzéséhez.

A hőkapacitásméréséhez szobahőmérsékleten (amit mérünk) egyensúlyban levő kaloriméter és ismert tömegű víz rendszerét melegítjük ismert tömegű és hőmérsékletű meleg vízzel, majd az új egyensúlyi állapotban ismét megmérjük a teljes rendszer hőmérsékletét. Az energiamegmaradás törvényét alkalmazva a következő egyenlet írható:

$$(c_{víz}\ m_{(víz,szoba)} + C_{kal})\Delta T_{szoba} = c_{víz}\ m_{(víz,forró)}\ \Delta T_{forró}$$

Fontos megjegyezni, hogy a mérésben nagy pontatlanságot jelent a forró víz kaloriméterbe töltése, ugyanis közben jelentősen csökken a forró víz hőmérséklete.

$$m_{forró} = 150\ g \quad t_{szoba} = 23°C \quad m_{fém} = 282\ g \quad t_{forró+kal} = 77°C$$

Helyezze a kaloriméterbe a lemért tömegű, szobahőmérsékletű száraz fémdarabokat! Néhány percnyi kevergetés alatt beáll az új hőmérséklet. Olvassa le ismét a hőmérő állását!

$$t_{közös} = 38°C$$

A termikus kölcsönhatás során mi a hőátadás iránya? Melyik rendszer ad le és melyik vesz fel hőt? Melyik fizikai törvényszerűség mondja ki a spontán folyamatok irányát?
A nagyobb hőmérsékletű test ad át hőt a kisebb hőmérsékletűnek. A kaloriméter-forró víz rendszer ad le hőt és a fém vesz fel. A termodinamika II. főtétele.
Az energiamegmaradás törvényét alkalmazva írja föl a leadott és a felvett hő egyenlőségét a megadott és a mért adatok alapján, majd az egyenlet átrendezésével határozza meg a szilárd anyag fajhőjét!

$$(c_{víz}\ m_{víz} + C_{kal})\Delta T_{(kal,víz)} = c_{fém}\ m_{fém}\ \Delta T_{fém}$$

$$(4183 \cdot 0{,}150 + 65{,}8) \cdot (38-23) = c_{fém} \cdot 0{,}282 \cdot (77-38)$$

$$c_{fém} = 945{,}5\ J/(kg°C)$$

2. KALORIMETRIAI MÉRÉS: FAJHŐ MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

„A kapott eredményt hasonlítsa össze a kiadott fémnek a függvénytáblázatban található fajhőértékével! Ismertesse, mi okozhatja a mért és elméleti érték esetleges eltérését!"

A kaloriméter nem teljesen zárt, illetve a mérés során ki kell nyitnunk. A tömeg és a hőmérséklet (a hőmérsékletváltozás mérésének relatív hibája nagy, hiszen a leolvasási hiba a hőmérséklet-változásnál csak kb. egy nagyságrenddel kisebb) mérése nem pontos. A hőmérő befolyásoló hatását sem ismerjük: a hőmérőnek is van hőkapacítása.

Megjegyzés:
a mérés hibája nagyrészt a hőmérséklet méréséből adódik. Az egyensúlyi állapot megállapítása nem is olyan könnyű, mint ahogy azt gondoljuk, ezért érdemes felhívni a diákok figyelmét, hogy több – a forró víz beöntése és a fémdarabok behelyezése után is - leolvasott értéket is jegyezzenek föl, ugyanis néhány fok eltérés nagyságrendi hibákat okozhat a számolásban. Fontos, hogy a leírásban megfogalmazott tömegarányt próbáljuk betartani, illetve hogy ne alumínium tömböt használjunk a méréshez, akkor ugyanis nem valósítható meg a kaloriméterben, hogy a fele akkora tömegű vízmennyiség ellepje a fémtestet.A tanulói mérés előtt mindenképpen végezzünk próbamérést! Ellenőrizzük, hogy a mérésben használni kívánt mérleg méréshatára alkalmas-e a kísérletben szereplő tömegek mérésére!

KALORIMETRIA II. - KRISTÁLYOSODÁSI HŐ MÉRÉSE

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- kaloriméter
- „zsebmelegítő”
- szobahőmérsékletű víz
- hőmérő
- stopper
- mérleg
- KNO_3, mosópor

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: KRISTÁLYOK OLDÁSHŐJÉNEK DEMONSTRÁLÁSA (TANÁRI KÍSÉRLET)

Az oldódást gyakran kíséri energiaváltozás. Egyes anyagok oldódása exoterm, másoké endoterm típusú. Figyelje a két só oldódását kísérő hőmérsékletváltozást!

t_{szoba} =**25 °C** t_{kr1}= **15 °C (KNO_3)** t_{kr2}=**37 °C (mosópor)**

Hogyan változik a rendszer energiája eközben?
A kálium-nitrát esetében nőtt (endoterm oldódás), a mosópor esetén csökkent (exoterm oldódás).

Az oldódás reverzibilis folyamat, ellentétes irányban kristályosodásnak nevezzük. Hogyan változik a rendszer energiája egy endoterm oldódású kristály kristályosodása közben?
Csökken, miközben a környezetnek hőt ad át, tehát melegíti azt.

A kémiában az oldódást kísérő energiaváltozást oldáshőnek (ΔH_{old}) nevezik. Az értékét 1 mol kristályra vonatkoztatva adják meg (ezért mértékegysége kJ/mol), értéket pedig az energiaigényes ún. rácsenergia és az energiacsökkenéssel járó ún. hidratációs hő segítségével szokás. Ebből is következik, hogy adott mennyiségű kristály oldásakor felszabaduló hő az anyagi minőségtől és az anyagmennyiségtől is függ, és megadható két mennyiség szorzataként:

$$Q=\Delta H_{old}\bullet n_{kristály}$$

A fizikában viszont az anyag mennyiségét leggyakrabban a tömeggel jellemezzük, ezért a képlet

$$Q=L_{old}\bullet m_{kristály}$$

alakban írható. Definiálja az L_{old}-lel jelölt mennyiséget a képlet alapján!
Egységnyi (1 kg) tömegű kristály oldódásakor felszabaduló, vagy felvett hő.

2. KALORIMETRIAI MÉRÉS: KRISTÁLYOSODÁSI HŐ MEGHATÁROZÁSA

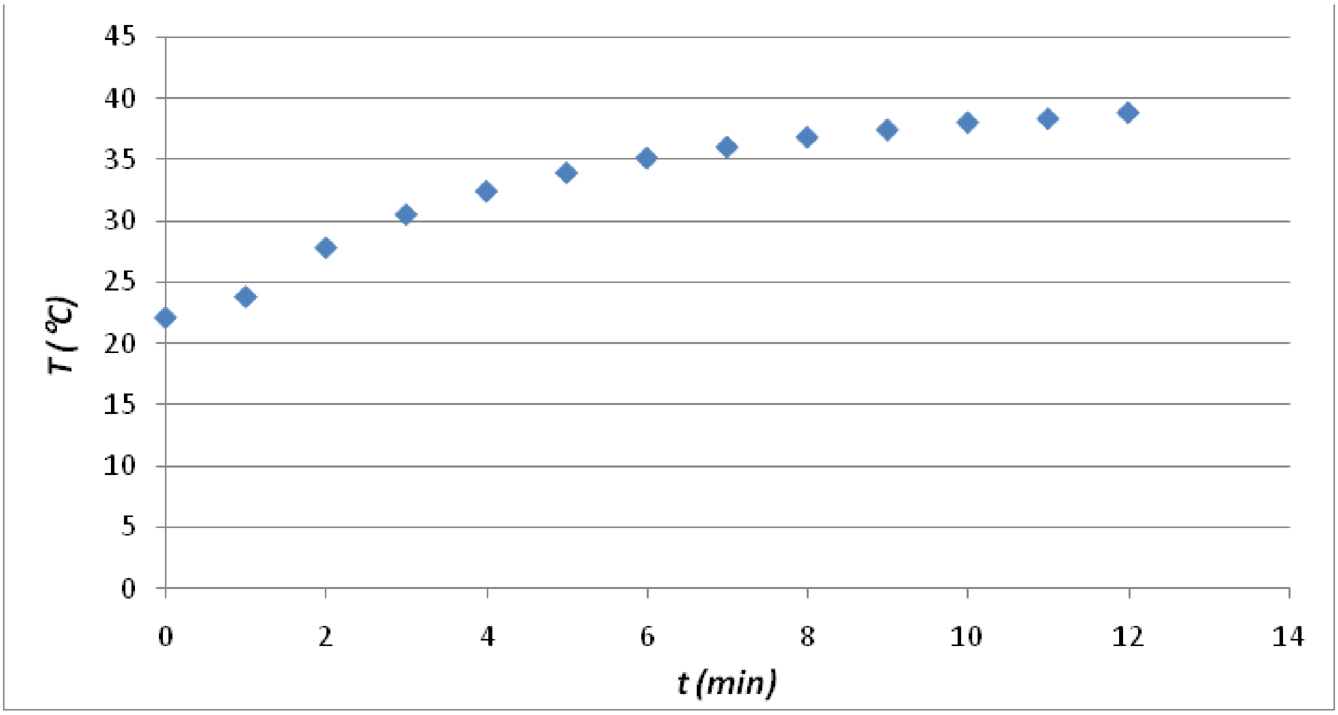
Ún. túlhűtött kristályok esetén a kristálykiválás egy kristálygóc-képző lépéssel beindítható, és a folyamatot kísérő energiaváltozás kalorimetriásan mérhető. Az anyagra jellemző kristályosodási hőt(Lkristály) az oldódáshoz hasonlóan tömegegységre vonatkoztatjuk.
„A mérőhenger segítségével töltsön a kaloriméterbe ismert mennyiségű szobahőmérsékletű vizet! (A víz tömege kb. 6-7-szerese legyen a műanyag tasakban lévő folyadék előzetesen lemért és megadott tömegének.) A szobahőmérsékletű folyadékot tartalmazó tasakot emelje a kaloriméter fölé, majd a tasakban lévő görbült fémlapocska átpattintásával indítsa be a kristályosodást!

2. KALORIMETRIAI MÉRÉS: KRISTÁLYOSODÁSI HŐ MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

Amint meggyőződött a folyamat beindulásáról, rakja a tasakot a kaloriméter vizébe, tegye rá a tetőt, helyezze be a hőmérőt és indítsa el az órát! A kristályosodás során az anyagból energia szabadul fel, ami melegíti a kalorimétert és a beletöltött vizet. Óvatos rázogatással, a kaloriméter körkörös keverőjének le-fel történő mozgatásával segítse a víz melegedését, közben percenként olvassa le a hőmérsékletet! Az idő- és hőmérsékletértékeket jegyezze fel! A mérést folytassa, amíg a melegedés tart!"

t (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T (°C)	22,1	23,8	27,8	30,5	32,4	33,9	35,1	36	36,8	37,4	38	38,3	38,8

„Készítse el a kaloriméter melegedését jellemző idő-hőmérséklet grafikont, és határozza meg a rendszer maximális hőmérsékletét!"



„Az anyag tömegét, a víz tömegét és fajhőjét, a kaloriméter hőkapacitását ismerve, a kiindulási és a végső hőmérséklet mért értékeit felhasználva írja fel az energiamegmaradást kifejező egyenletet! Az egyszerűség kedvéért ne foglalkozzon azzal a hőmennyiséggel, amit a sóoldat vesz fel az olvadáspontig történő felmelegedésével, illetve a só ad le, miközben visszahűl a végső hőmérsékletre."

$m_{kristály}$ = 184,9 g $m_{víz}$ = 101,2 g C_{kal}= 63,7 J/°C t_0 = 22,1°C t_{max} =38,8°C

$c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta t_{víz} + C_{kal} \cdot \Delta t_{kal} = L_{kristály} \cdot m_{kristály}$

$4183 \cdot 0{,}1012 \cdot 16{,}7 + 63{,}7 \cdot 16{,}7 = L_{kristály} \cdot 0{,}1849$

Az egyenletből fejezze ki és számítsa ki az anyag kristályosodási hőjét!

$L_{kristály} = 43987\ \mathrm{J/kg} \approx 44\ \mathrm{kJ/kg}$

Tatai Városkapu Közhasznú Zrt.
A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014
SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

2. KALORIMETRIAI MÉRÉS: KRISTÁLYOSODÁSI HŐ MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

Adjon meg néhány lehetséges hibaforrást!

Elhanyagoltuk a tasakban lévő anyag melegítéséhez szükséges $c_{anyag} \cdot m_{anyag} \cdot \Delta T$ hőt.
A tasak anyagátazonosnak vettük a tasakot kitöltő kristályéval, azonban a tasak fala nem járul hozzá a mérendő kristályosodással hőhöz, ráadásul a fajhője is más, mint a tasakot kitöltő anyagé.
A kristályosodás viszonylag sokáig tart, ezalattjelentős lehet a rendszer környezettel való kölcsönhatását jellemző hő.

<u>**Megjegyzések:**</u>

1. A tasakban a legelterjedtebben használt kristály a nátrium-acetát, melynek fajhője kb. 3 kJ/kg°C, tehát a vízével azonos nagyságrendű, azonban a mérésben 6-7-szer akkora tömegű vizet kellene használnunk. Érdemes megjegyezni, hogy a mi mérésünkben használt kaloriméter olyan méretű, hogy a tasak csak nagy nehézségek árán fért bele, tehát – ahogy a mérési adatokból is látható – nem valósult meg a szükséges tömegarány. Az említett forrásokból származó hibák relatív értéke így jelentős lehetett. A kapott eredmény csak nagyságrendjében adja vissza a kristályosodási hő értékét (a nátrium-acetát kristályosodási hője kb. 3-szorosa az általunk mértnek).

2. A kristályosodás megindulásáról több elmélet is elterjedt. Az egyik szerint a kristályosodás a fémlapocska átpattintásával indított lökéshullámok következménye. A másik elmélet (amelyhez mérések is tartoznak) azt mondja, hogy a fémlapocska felületén kiképzett szabályos bemetszések-szélénél kis repedések találhatóak, amelyekben mikrokristályok helyezkednek el.

A fémlapocska felszíne.

A fémlapocska átpattintásakor ezeket lőjük az oldatba, ezzel segítve a kristályosodást. A melegítő tasakkal több, főként a tehetséggondozásban is felhasználható ötletet olvashatunk Böcskei Ákos Kísérletek melegítő tasakkal című cikkében.
(http://users.atw.hu/fizkonf/program/proc/szekcio-poszter/BocskeiAkos.pdf)

EKVIPOTENCIÁLIS VONALAK KIMÉRÉSE ELEKTROMOS TÉRBEN

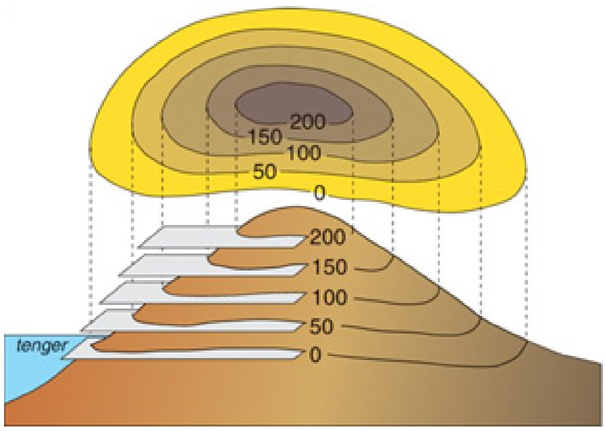
BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A kísérletek során használt eszközökkel rendeltetésszerűen dolgozzon, pontosan kövesse a tanári utasítást!Ügyeljen a tápegység feszültségének és a műszer méréshatárának beállítására!

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- tápegység
- 1 db univerzális mérőműszer
- vezetékek
- lapos műanyagkád, milliméter papír
- elektródok (rúd és korong alakú, lehetőleg Al vagy Cu)

1. BEVEZETŐ GONDOLATOK

Az alábbiakban egy földrajzban használatos ún. szintvonalas térkép elkészítésének sematikus ábráját látja.
(forrás: https://www.mozaweb.hu/Lecke-FOL-Foldrajz_9-Tajekozodas_a_foldgombon_es_a_terkepen_I_II-100116)

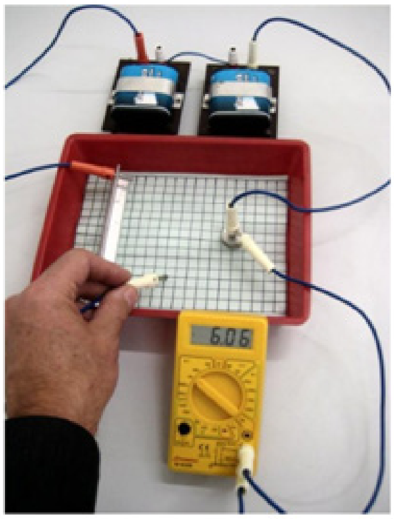


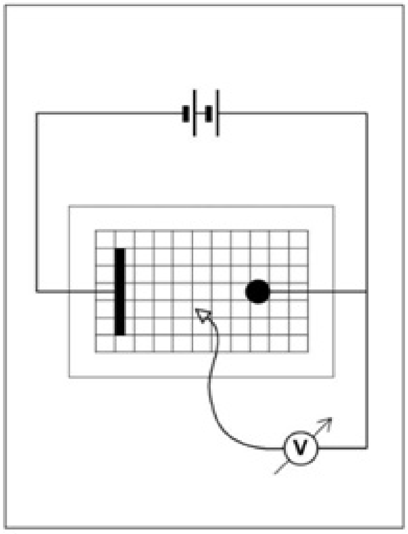
Milyen egységeket jelentenek a feltüntetett értékek? A fizikában milyen egységeket jelenthetnének még?
Méterben megadott magasságok. A fizikában lehetne pl. J-ban megadott helyzeti energia is.
Mi a viszonyítás alapja?
A térképen a tengerszint, amely önkényes, de praktikus választás.
Rajzoljon be két olyan helyet a térképen, ahol a hegy adott pontjára helyezett labda kisebb (A), illetve nagyobb (B) gyorsulással mozogna! Milyen irányú lenne ezeken a helyeken a labda gyorsulása, így a rá ható erők eredője? Jelölje az eredő erők irányát és relatív nagyságát is a két választott helyen!

2. ELEKTROSZTATIKUS TÉR VIZSGÁLATA

„Ellenőrizze a kísérleti összeállítást! Figyeljen arra, hogy az elektródák a négyzetháló vonalaira illeszkedjenek! (…) Helyezze feszültség alá az áramkört, majd a feszültségmérő szabad potenciálvezetékét (a kapcsolási rajzon nyíl jelzi) mártsa a vízbe és figyelje a feszültségmérő műszert! A feszültséget akkor olvassa le, amikor a műszer megállapodik!"

2. ELEKTROSZTATIKUS TÉR VIZSGÁLATA *(folytatás)*

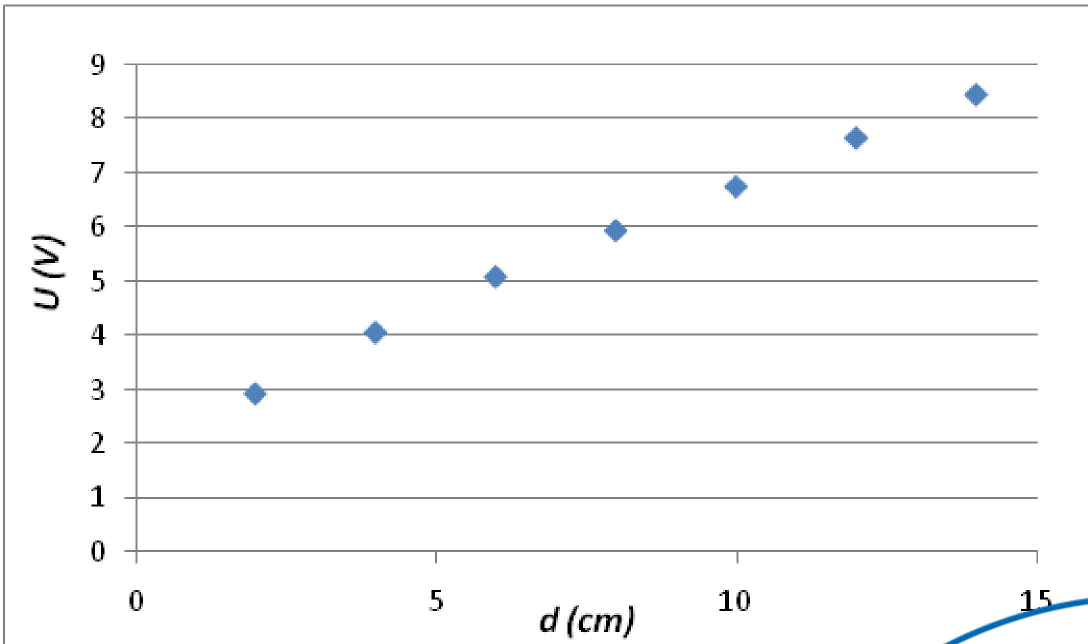




a) „Mozgassa lassan a potenciálvezetéket a négyzetháló két elektródát összekötő középső osztásvonala mentén a pozitív elektródától a negatívig és mérje a négyzetháló osztáspontjaiban a feszültséget!"

A pozitív elektródától mért távolság a középvonal mentén d (cm)	2	4	6	8	10	12	14	
A mért potenciálértékek U (V)	2,92	4,05	5,08	5,93	6,74	7,64	8,44	

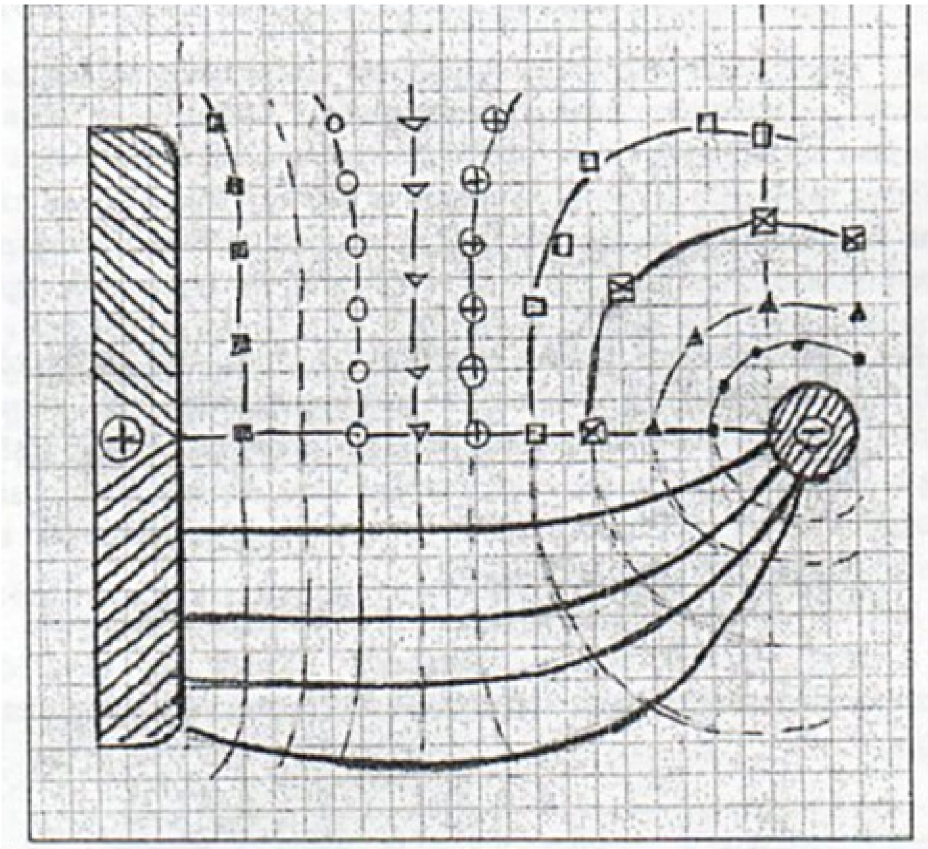
Ábrázolja a mért értékeket!



b) „Mérjen ki a kádban néhány ekvipotenciális vonalat, és rajzolja be azokat a négyzethálós papírlapra, a vonalakon tüntesse fel a mért feszültség értékét is!"

Ehhez célszerű egy koordinátarendszerben ábrázolni a kísérleti összeállítás elektródáinak és a mérési pontoknak a helyét.

2. ELEKTROSZTATIKUS TÉR VIZSGÁLATA *(folytatás)*



(A rajz Görbe László és Juhász András mérései alapján készült.)

A földrajzban használatos szintvonalas térkép mely mennyisége felel meg a potenciálnak?
A magasság, amelyet egy választott ponthoz képest mérünk.

c) *„A kimért ekvipotenciális vonalak alapján készítsen vázlatos rajzot a tér erővonal szerkezetéről!" Az erővonalakat jelölje az előző ábrán!"*

d) Rajzolja be két (különböző térerősségű) választott pontban a térerősség irányát és relatív nagyságát!

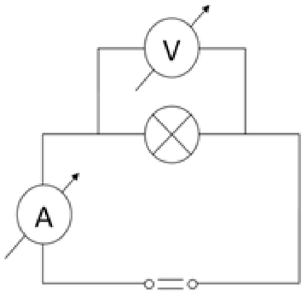
ELEKTROLIT ELEKTROMOS ELLENÁLLÁSÁNAK VIZSGÁLATA

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- váltakozó feszültségű áramforrás
- 2 db multiméter
- a méréshez speciálisan kialakított áramköri elem (két nyomtatott áramköri lemez közé forrasztott izzó)
- állvány
- nagyméretű főzőpohár
- mérőszalag
- csapvíz

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: IZZÓ ELLENÁLLÁSÁNAK MEGHATÁROZÁSA, OHM-TÖRVÉNY

Állítson össze áramkört, amellyel meghatározhatja az izzó ellenállását! Készítse el a mérési összeállítás áramköri rajzát! °C



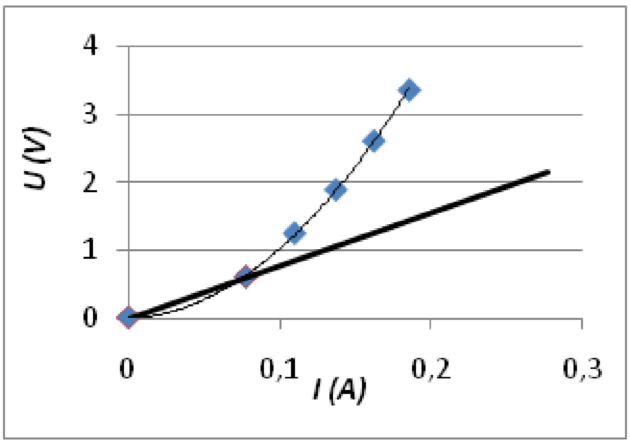
Állítsa be a tápegység feszültségét 2V-ra, majd bekapcsolás után olvassa le a mérőműszerek által mutatott feszültség és áramerősség értékét! Számítsa ki az Ohm-törvény alkalmazásával az izzó ellenállását!

U= **1,24 V** I=**110 mA** R= U/I= (1,24 V)/(0,11 A)=**11,27 Ω**

Ismételje meg a mérést a tápegység még legalább három különböző feszültségértéke esetén. Adatait foglalja táblázatba!

U (V)	**0,6**	**1,88**	**2,6**	**3,35**
I (mA)	**77,6**	**137,4**	**162,6**	**186,2**
R (Ω)	**7,731959**	**11,27273**	**13,68268**	**15,99016**

Ábrázolja a mért feszültség és áramerősség értékeket grafikonon!



Az egyes mérési adatpárokból (U-I) meghatározott ellenállás értékeknek mi a grafikus jelentése?

Az origóból az adott pontba húzott egyenes meredeksége.

Hogyan határozná meg az összes mérési adat felhasználásával grafikusan az izzó ellenállását?

Egyenest kellene illeszteni, amelynek meredeksége adja az ellenállást.

Izzó esetében a meredekség az üzemi hőmérséklet növekedésével nő, ezért egy görbét lehet illeszteni, amelynek adott pontbeli érintőjének meredeksége adja az ellenállás értékét (tehát ebben az esetben az ellenállás nem állandó, mint ahogy az Ohm-törvényből következne.

2. A VÍZ FAJLAGOS ELLENÁLLÁSÁNAK MÉRÉSE

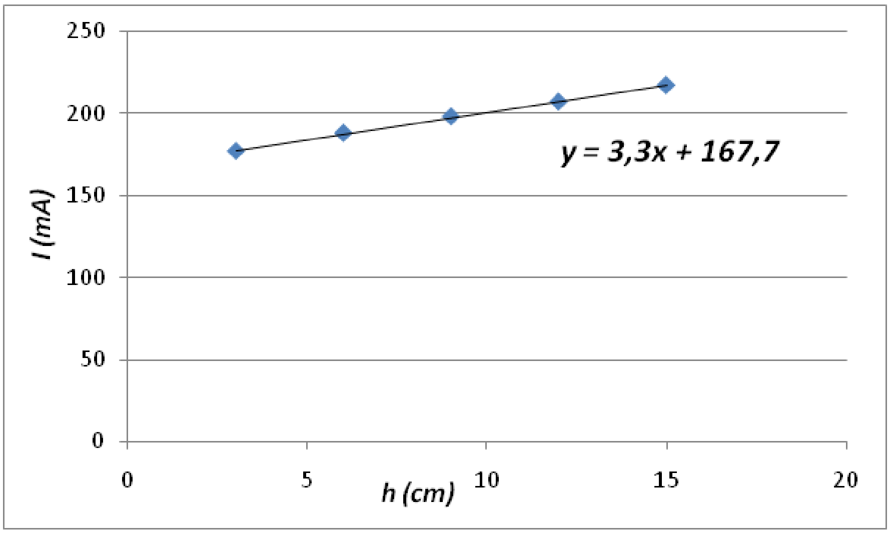
A mérési összeállítás:

„Merítse az elektródákat hideg csapvizet tartalmazó edénybe, és méréseket végezve határozza meg a kapcsolás áramfelvételét az elektródák legalább négy különböző mértékű merülése esetén!"
A tápegység egy adott feszültségértékét beállítva foglalja táblázatba mérési adatait!

U=**3 V**

h (cm)	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**
I (mA)	**177**	**188**	**198**	**207**	**217**

Ábrázolja mérési adatait: a vízszintes tengelyen a merülési mélységet (h), a függőlegesen pedig az áramerősséget (I) tüntesse föl!



Milyen függvénykapcsolat állapítható meg a mért mennyiségek között? **Lineáris**.
Adja meg a kapott függvényalak általános matematikai alakját! **y=m·x+b**

A mérési eredmények értelmezése:
a) Miért változott állandó feszültség mellett az áramerősség értéke a vízbe merülést követően?
Mert megváltozott az eredő ellenállás az áramkörben.
b) Milyen részei vannak a bemerüléskor az áramkörnek?
Fogyasztó, mérőműszerek, feszültségforrás, víz.
c) Milyen áramköri kapcsolatban vannak az egyes áramköri elemek?
A fogyasztó és a víz párhuzamosan vannak kapcsolva (a többi áramköri elem a fenti rajz szerint).
d) Hogyan adhatjuk meg az eredő ellenállás értékét a jelen esetben?

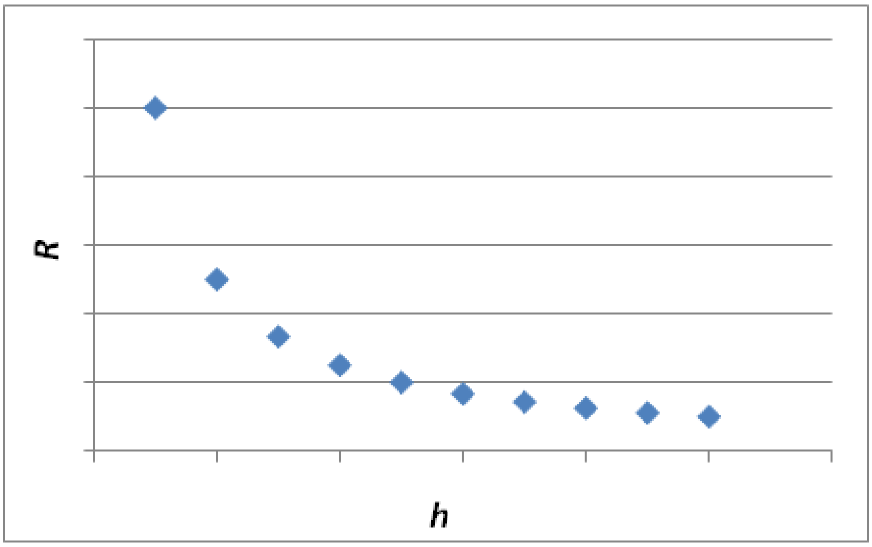
$$R_e = \frac{R_{izzó} \cdot R_{víz}}{R_{izzó} + R_{víz}}$$

e) Hogyan változik a víz ellenállása a bemerülés függvényében?
Ábrázolja az $R_{víz}$-h függvény!

$$R_{víz} = \rho_{víz} \cdot \frac{d}{h \cdot c}$$

ahol $\rho_{víz}$ a víz fajlagos ellenállása, d a lemezek távolsága, c a lemezek szélessége, h pedig a merülési mélység.

2. A VÍZ FAJLAGOS ELLENÁLLÁSÁNAK MÉRÉSE *(folytatás)*



f) Milyen adatokra van szükség az eredő meghatározásához?
A lemezek geometriai adataira (d,c,h), valamint a víz fajlagos ellenállására.
g) A fenti kérdésekre adott válaszok alapján adja meg a mérési eredményeket értelmező I-h függvényt!

$$I = \frac{U}{R_e} = U \cdot \left(\frac{1}{R_{izzó}} + \frac{1}{R_{víz}}\right) = U \cdot \left(\frac{1}{R_{izzó}} + \frac{c}{d \cdot \rho_{víz}} \cdot h\right) = \frac{U \cdot c}{d \cdot \rho_{víz}} \cdot h + \frac{U}{R_{izzó}}$$

h) A függvény mely paraméteréből határozható meg a víz fajlagos ellenállása?

A meredekségből: $m = \frac{U \cdot c}{d \cdot \rho_{víz}}$

i) Adja meg a fajlagos ellenállás értékét!

$$\rho_{víz} = \frac{U \cdot c}{d \cdot m} = \frac{3\ V \cdot 3,3\ cm}{1,2\ cm \cdot 3,3\ {}^{mA}/_{cm}} = 25\ \Omega m$$

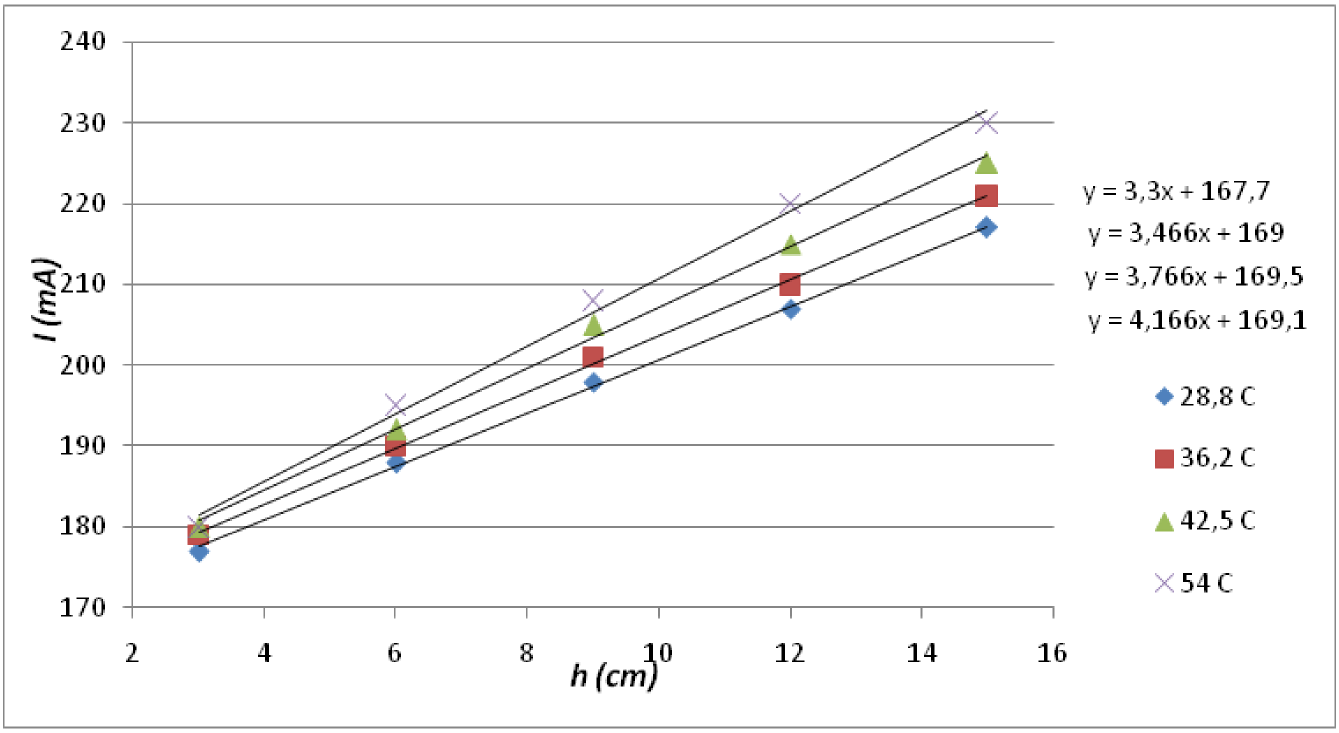
j) Mitől függ a fajlagos ellenállás? Hogyan lehetne csökkenteni a csapvíz fajlagos ellenállását?
A vezetésben résztvevő töltések koncentrációjától, és mozgékonyságától, valamint a hőmérséklettől.
k) Definiálja a vezetőképesség fogalmát! Hogyan értelmezhető a fajlagos vezetőképesség?
A vezetőképesség az ellenállás reciproka, tehát azt mutatja meg, hogy 1 V potenciálkülönbség (mint hajtóerő) hatására mekkora erősségű áram (töltésmozgás) jön létre.

Megjegyzések:

1. A víz fajlagos ellenállásának hőmérsékletfüggését is könnyedén kimérhetjük, ha a mérést különböző hőmérsékleteken megismételjük.

2. A VÍZ FAJLAGOS ELLENÁLLÁSÁNAK MÉRÉSE *(folytatás)*

Az alábbi grafikon egy ilyen – általunk végzett – méréssorozat eredményeit mutatja.



Jól látható, hogy a hőmérséklet növekedésével nő az egyenesek meredeksége, vagyis a vezetőképesség.

2. A kapott értékeket érdemes összevetni a laboratóriumban található vezetőképesség-mérő műszer által mért értékekkel (lásd Kémia TT Vizes oldatok vezetőképessége című feladatlap). Ez azonban a mértékegységek (a vezetőképességet mS – milli Siemens –egységekben tünteti föl a műszer) komolyabb összevetését teszi szükségessé.

ZSEBLÁMPAIZZÓ ELLENÁLLÁSÁNAK MÉRÉSE WHEATSTONE-HÍDDAL

BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A mérés során hívjuk fel a figyelmet arra, hogy csak rövid időre kapcsolják be a diákok az áramkört, mert a műszer a kis belső ellenállása miatt könnyen tönkremegy.

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

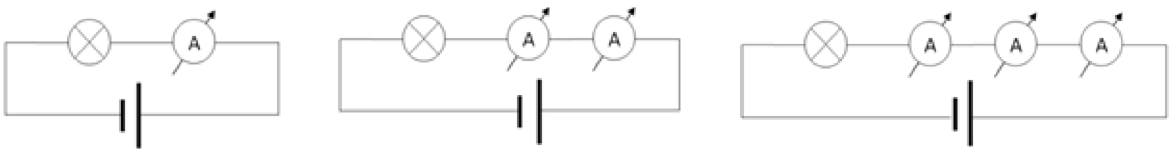
- Zseblámpaizzó (3,5 V, 0,2 A) foglalatban
- 3 db különböző értékű ellenállás, megadva az ellenállások névleges értékét (ajánlott ellenállásértékek: ≈100 Ω, ≈50 Ω, ≈5 Ω)
- 1 m hosszú ellenálláshuzal (≈11 Ω/m), két végén kialakított elektromos csatlakozóval, cm skálával ellátott deszkalapra kifeszítve
- 1,5 V-os góliát elem
- Morse-kapcsoló
- röpzsinórok
- árammérő Deprezműszer (forgótekercses, állandó mágnesű árammérő).

1. BEVEZETŐ MÉRÉSEK: A MÉRŐMŰSZER MÉRÉST BEFOLYÁSOLÓ HATÁSA

a. Kössön izzót a tápegység egyenfeszültséget adó kivezetései közé! Mérje meg az izzón átfolyó áramerősséget 1, 2, illetve 3 – azonos méréshatárra állított - mérőműszer sorba kapcsolásával!

ampermérők száma	1	2	3
I (mA)	**163**	**146**	**130**

Készítsen az összeállításokról kapcsolási rajzot!



Becsülje meg az izzó és az ampermérő ellenállásának arányát!
Tekintsük az izzó ellenállását és a tápegység feszültségét állandónak.

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE
Tatai Városkapu Közhasznú Zrt.
A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014

1. BEVEZETŐ MÉRÉSEK: A MÉRŐMŰSZER MÉRÉST BEFOLYÁSOLÓ HATÁSA *(folytatás)*

Az Ohm-törvényt alkalmazva a három esetre:

$$U=(R_i+R_A)I_1=(R_i+2R_A)I_2=(R_i+3R_A)I_3$$

Ebből:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_i+2R_A}{R_i+R_A}=1+\frac{R_A}{R_i+R_A}=1+b=\frac{163mA}{146mA}\approx 1,12$$

$$\frac{I_1}{I_3}=\frac{R_i+3R_A}{R_i+R_A}=1+\frac{2R_A}{R_i+R_A}=1+2b=\frac{163mA}{130mA}\approx 1,25$$

$$b=\frac{R_A}{R_i+R_A}\approx 0,12\rightarrow\frac{1}{b}=\frac{R_i+R_A}{R_A}=1+\frac{R_i}{R_A}=\frac{1}{0,12}=8,33\rightarrow\frac{R_i}{R_A}=7,33$$

Látható, hogy a mérőműszer ellenállása az izzóéval összemérhető.
Mérése szerint mekkora hibát okozott a mérőműszer nélküli esethez képest az, hogy az áramerősség meghatározásához bekötött egy ampermérőt?

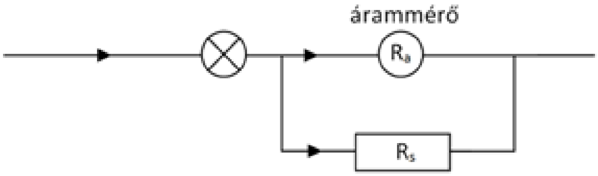
Az Ohm-törvényt az ampermérő nélküli esetre is fölírhatjuk:

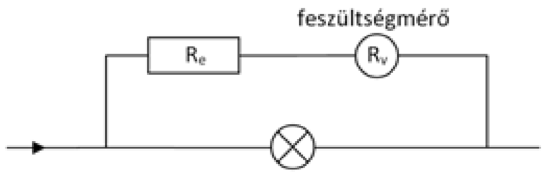
$$U=R_iI_0=(R_i+R_A)I_1\rightarrow\frac{I_1}{I_0}=\frac{R_i}{R_i+R_A}=\frac{7,33}{8,33}=0,88$$

Tehát kb. 12%-kal kisebbet mértünk egy ampermérő alkalmazásával.
b. Ampermérők beiktatása nélkül mérje meg az izzóra jutó feszültséget a multiméter különböző méréshatárait használva! A mérést a legnagyobb méréshatárral kezdje!

méréshatár (V)	250	200	20
U (V)	1-2	1,3-1,4	1,3

Mi a méréshatár állításának méréstechnikai háttere? Készítsen rajzot a két (A, V) mérőműszerhez!
A méréshatár növelése árammérő műszer esetén egy sönt műszerrel párhuzamosan való kapcsolásával, feszültségmérő esetén egy előtét-ellenállás műszerrel sorba való beiktatásával érhető el.

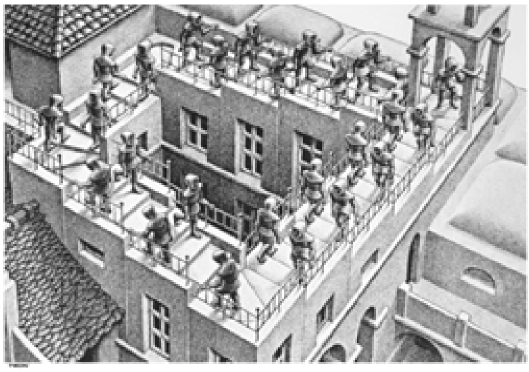




<u>Megjegyzések:</u>
- az árammérő méréshatárának n-szeres növeléséhez $R_s= R_a/(n-1)$ ellenállású sönt beiktatása szükséges (pl. 1 A-es méréshatárú műszer esetén a méréshatár 100 A-re történő növelése a műszernél 99-szer kisebb ellenállású sönt használatával lehetséges)
- a feszültségmérő méréshatárának n-szeres növeléséhez $R_e= (n-1)\cdot R_v$ ellenállású előtét beiktatása szükséges (pl. 1 V méréshatárú műszer esetén a méréshatár 100 V-ra történő

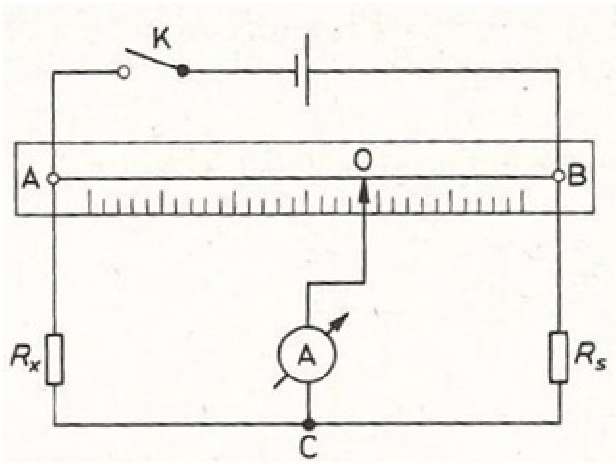
2. ELLENÁLLÁS MÉRÉSE WHEASTONE-HÍDDAL

Az alábbi híres Escher-féle képtelen helyzet miért nem valósulhat meg? Melyik fizikai törvénynek mond ellent? Hogyan kapcsolható a kép az egyenáramú áramköröket jellemző törvényszerűségekhez?
Az energiamegmaradásnak: egy irányba haladva egy teljes kört megtéve nem csökkenhet a helyzeti energia, hiszen a kiindulással azonos gravitációs potenciálú helyre érünk vissza. Ennek megfelelője a huroktörvény, amely megfogalmazza, hogy egy zárt vezetőhurok mentén a feszültségek összege zérus.



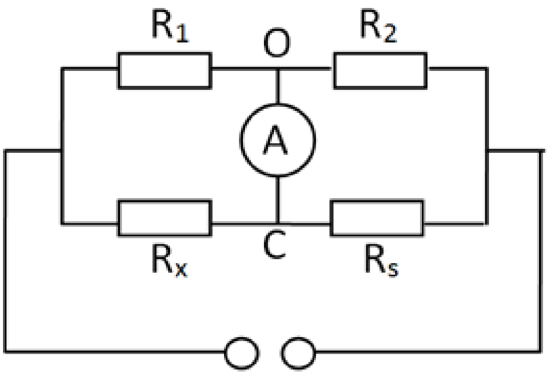
forrás: http://lldeep.blogspot.hu/2014/02/lehetetlen-vagy-szimplan-csak-escher.html

„A rendelkezésre álló eszközök felhasználásával állítsa össze az ábrán látható kapcsolást! A zsebizzót kösse az R_x mérendő ellenállás helyére, az ismert értékű ellenállásokat rendre az R_s segédellenállás helyére! Az árammérő műszert először a legnagyobb méréshatáron használja!"



Mi a feltétele annak, hogy az árammérő műszeren ne folyjon áram (a K kapcsoló zárt állása esetén)?
Az O és a C pont potenciáljának egyenlősége.

Készítsen kapcsolási rajzot erről a helyzetről az ellenálláshuzal AO, illetve OB részeit két ellenállásként föltüntetve!



Ebben az állapotban mit mondhatunk a négy ellenállás értékének viszonyáról? Indokoljon?
A felső ágban az ellenállások aránya meg kell, hogy egyezzen az alsó ágban az ellenállások arányával.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_s}$$

2. ELLENÁLLÁS MÉRÉSE WHEASTONE-HÍDDAL *(folytatás)*

Fejezze ki az összefüggésből a meghatározandó ellenállás értékét! Használja fel, hogy az ellenálláshuzal anyaga és keresztmetszete homogén, az egyes szakaszainak hosszát mérhetjük!

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s = \frac{l_1}{l_2} R_s$$

„A csúszka megfelelő pozicionálásával egyensúlyozza ki a hidat és olvassa le a csúszka helyzetét az egyenes vezető egyik végpontjától mérve! Ezt ismételje meg mindhárom segédellenállás alkalmazásával! A mérési adatokat foglalja táblázatba és számítsa ki minden mérés esetén az izzószál ellenállásának értékét!"

Az ampermérőt a legnagyobb méréshatáron kezdje el használni! Ha nagy méréshatáron már kiegyensúlyozta a hidat, finomítsa a beállítást kisebb méréshatáron!

R_s (Ω)	**100**	**50**	**5**
l_1 (cm)			
l_2 (cm)			
R_x (Ω)			
az izzó fényének változása	**Kisebb segédellenállást alkalmazva az izzó erősebben világít.**		

„Magyarázza a kapott eredményeket!"

Mekkora a négy ellenállásból álló rendszer eredője?

$$R_e = \frac{(R_1 + R_2) \cdot (R_x + R_s)}{R_1 + R_2 + R_x + R_s} = \frac{R_h \cdot (R_x + R_s)}{R_h + R_x + R_s}$$

Hogyan változik az izzón átfolyó áram erőssége R_s változtatásával? Indokoljon!

$$I_e = \frac{U}{R_e} = U \cdot \left(\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_x + R_s}\right) = U \cdot \left(\frac{1}{R_h} + \frac{1}{R_x + R_s}\right)$$

Az összefüggésből látható, hogy R_s csökkentésével a főágban, és így az izzón átfolyó áramerősség növekszik.

Hogyan változik az izzó ellenállása az egyes méréseket összevetve?
Hogyan indokolható ez az áramerősség változásával?
Amikor az izzó erőssebben világít, az izzószál nagyobb hőmérsékletű és így nagyobb ellenállású is.

FÉLVEZETŐ ESZKÖZÖK I. TERMISZTOR ELLENÁLLÁSÁNAK HŐMÉRSÉKLETFÜGGÉSE, TERMISZTOROS HŐMÉRŐ KÉSZÍTÉSE

BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A kísérletek során használt eszközökkel rendeltetésszerűen dolgozzon, pontosan kövesse a tanári utasítást! Ne használjon a megadottnál nagyobb feszültséget!

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- desztillált víz, konyhasó
- hőmérő
- vegyszeres kanál
- mérleg
- univerzális mérőműszer
- tápegység, vezetékek csipesszel
- U alakú cső, nagyméretű főzőpohár
- meleg víz
- termisztor

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: FOLYADÉKOK VEZETÉSE (TANÁRI DEMONSTRÁCIÓ)

U alakú edénybe desztillált vizet töltünk. A tápegység egyenfeszültségű kivezetéseinek egyikét áramerősség-mérő műszeren keresztül, a másikat közvetlenül grafit elektródokhoz csatlakoztatjuk. Az elektródokat az U-cső egy-egy szárába helyezzük. Megmérjük a tápegység 1 V-os beállításánál a rendszerben folyó áramerősséget. A mért adatot rögzítse táblázatban. Megismételjük a mérést desztillált víz helyett főzőpohárban elkészített konyhasó-oldattal is, melynek töménységét rendre 5t%, 10t%, 15t%, 20t%-osnak választjuk. A mérési eredményeket rögzítse a táblázatban, valamint számítsa ki az egyes esetekhez tartozó U/I értékeket.
Megjegyzés: ha nem áll rendelkezésünkre a megjelölt töménységű oldatsorozat, akkor desztillált víz és konyhasó felhasználásával könnyedén hasonló töménységű oldatok készíthetőek a méréshez gyors egymásutánban. Kezdjük 20 g desztillált víz kimérésével, majd adagoljunk hozzá rendre 1-1 g konyhasót (így összesen a negyedik oldatunkhoz 4 g-ot), miközben minden esetben mérjük a beállított feszültségértékhez az áramerősséget. Az alábbiakban egy így készített méréssorozat adatait közöljük. (Ezért a táblázat kiegészül további sorokkal.)

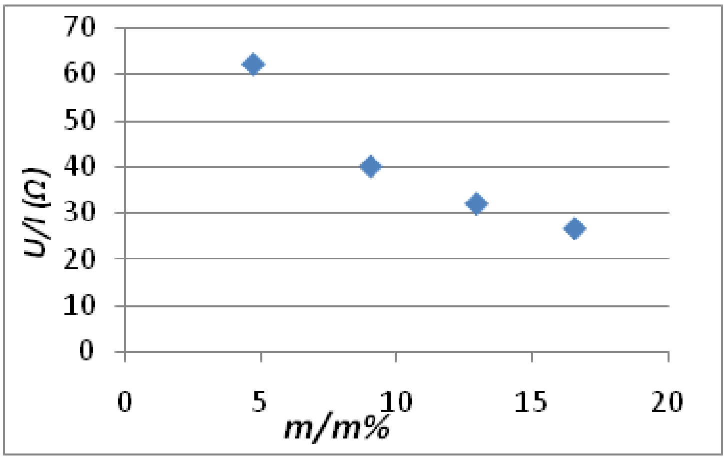
konyhasó tömege	0 g	1 g	2 g	3 g	4 g
oldat tömege	20,15 g	21,16 g	22,06 g	23,12 g	24,09 g
t %	0	4,73	9,07	12,98	16,60
I (mA)	≈ 0	31	48	60	72
U/I (Ω)	-	62,26	40,21	32,17	26,81

Mi az U/I hányados jelentése?
Az ellenállás, melynek mértékegysége: V/A, illetve Ω.

Mi a jelentése a hányados reciprokának?
Ez a vezetőképesség, melynek m.e-e: A/V, ill. 1/ Ω.

TAPASZTALAT, KÖVETKEZTETÉS

Ábrázolja a mért adatokat grafikusan. A vízszintes tengelyen a konyhasó-oldat t%-os töménységét, a függőlegesen az U/I hányados értékét tüntesse föl.
Milyen kapcsolat van az ábrázolt mennyiségek között?
A töménység növelésével csökken az ellenállás.
Mivel magyarázza a tapasztaltakat?
Egyre több konyhasó oldásával növekszik az oldatban az ionok, így a szabad töltéshordozók száma, vagyis a vezetőképesség.



2. FÉLVEZETŐ (TERMISZTOR) ELLENÁLLÁSÁNAK VIZSGÁLATA

„A termoszból öntsön forró vizet a főzőpohárba és helyezze bele a folyadékos hőmérőt! Csatlakoztassa a termisztort ellenállásmérő műszerhez, majd merítse be a vízbe! Ha a folyadékos hőmérő megállapodott, és a termisztor ellenállásának értéke sem változik, olvassa le a műszereket és jegyezze fel értéktáblázatba az adatokat! Változtassa fokozatosan a víz hőmérsékletét! Ehhez a meleg víz egy részét öntse ki a pohárból és pótolja csapvízzel! Összekeverés után várja meg, amíg a hőmérő és az ellenállásmérő értéke stabilizálódik és olvassa le az értékeket! Így változtatva a hőmérsékletet, mérjen legalább 5-6 pontban!"

t (°C)	66,2	58,5	53,9	48,9	37,3	30,4
R (Ω)	27,3	34,2	38,5	43,6	63,3	79,8

TAPASZTALATOK, MAGYARÁZAT

Ábrázolja a mért adatokat grafikusan. A vízszintes tengelyen a hőmérsékletet, a függőlegesen az ellenállást jelölje. Hogyan változik az ellenállás a hőmérséklet függvényében?
A hőmérséklet növekedésével csökken az ellenállás.

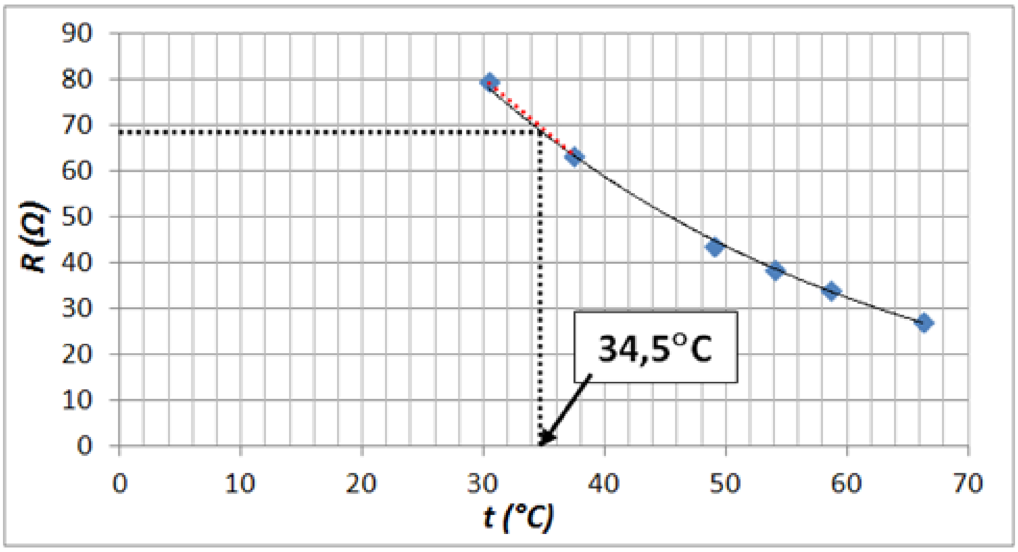
Milyen függvénykapcsolat olvasható ki a kapott grafikon alapján?
Exponenciális (a diákok kellő ismeret hiányában fordított arányosságra is gondolhatnak, lásd később).

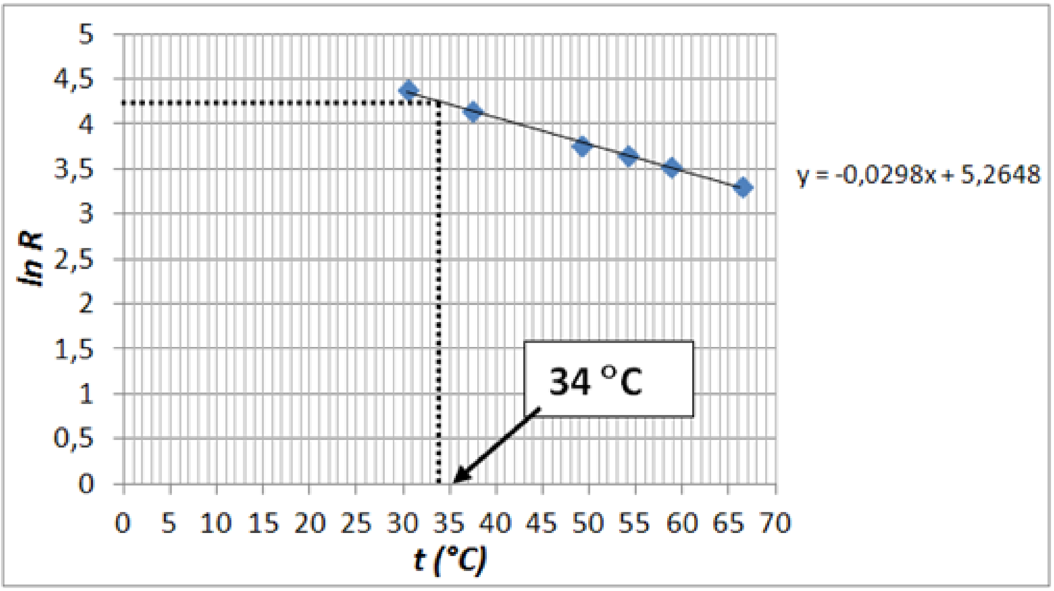
Igazolja linearizálással a megsejtett függvénykapcsolatot!
Milyen matematikai műveletet kell ehhez elvégezni, és melyik mennyiséggel?
Az ellenállás logaritmusát kell venni, így az lnR-t függvény már lineáris lesz.

Készítse el az adattáblát a linearizált függvénykapcsolatnak megfelelően is, majd ábrázolja a megfelelő értékeket!

t (°C)	66,2	58,5	53,9	48,9	37,3	30,4
ln R	3,31	3,53	3,65	3,76	4,15	4,38

TAPASZTALATOK, MAGYARÁZAT *(folytatás)*





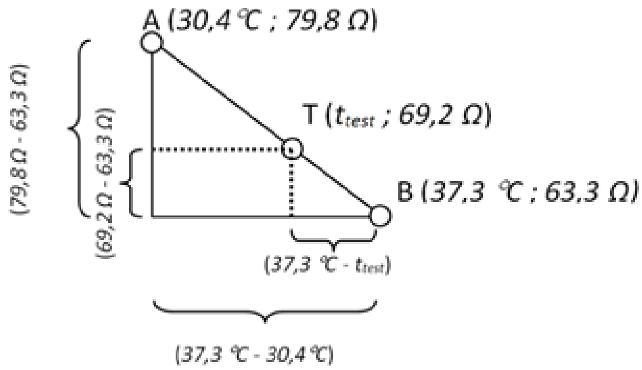
3. TESTHŐMÉRSÉKLET BECSLÉSE TERMISZTORRAL

„A kapott ellenállás–hőmérséklet karakterisztikát tekintse a termisztor-hőmérő kalibrációs grafikonjának! A termisztort két ujja közé szorítva határozza meg a testhőmérsékletét!"

Mért ellenállás értéke: **69,2 Ω**
A kalibrációs függvényről leolvasott hőmérséklet: **34,5°C**

Adja meg a hőmérsékletet ún. lineáris interpolációval is! Ehhez közelítse a függvényszakaszt egy húrral a két legközelebb álló mérési adat segítségével!
A húrról leolvasott érték: 34,5°C (Ezen a rövid szakaszon kicsi az eltérés az exponenciális és a lineáris függvény között.)
Megjegyzés:
amennyiben számítani szeretnénk a húr segítségével, az alábbi ábrát használhatjuk.

3. TESTHŐMÉRSÉKLET BECSLÉSE TERMISZTORRAL *(folytatás)*



A háromszögek hasonlóságát kihasználva írhatjuk:

$$\frac{69,2-63,3}{79,8-63,3}=\frac{37,3-t_{test}}{37,3-30,4}\rightarrow t_{test}=34,8\ ℃$$

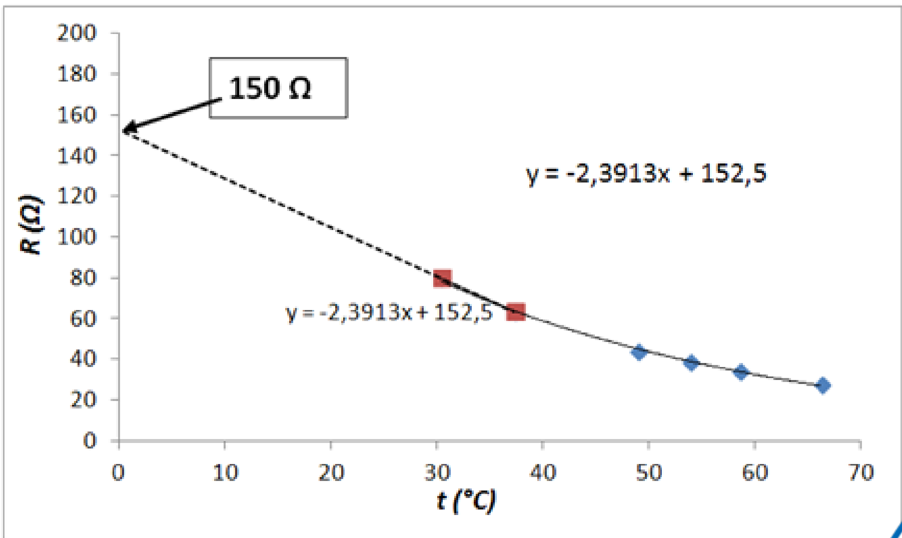
Olvassa le a hőmérsékletértéket a lineáris függvényről is: ln69,2 = 4,24 --> **34°C (lásd ábra)**
Számítógépes kiértékelés esetén lehetőségünk van az illesztett egyenes egyenletéből is számolni. Az egyenes egyenlete az Excel segítségével: y = -0,0298x + 5,2648

ln69,2 = -0,0298 t + 5,2648, amiből t = 34,5°C

Megjegyzés:
A kezünk felszíni hőmérséklete alacsonyabb, mint a lázmérő esetében megszokott 36.7 °C-os érték. Megmutathatjuk ezt diákjainknak egy termokamera segítségével is. A különbség természetes.

Becsülje meg, mekkora lenne a termisztor-hőmérő ellenállásának értéke olvadó jégben!
Ehhez a becsléshez nagy segítségre lehet a linearizált függvény, ugyanis általában az exponenciális függvény diagramterületén nem valósítható meg ez az extrapoláció. A teljesség kedvéért minden matematikai eljárást érdemes megmutatni a diákoknak.

1) Az eredeti exponenciális függvényből való extrapolációval szemmel becsülve. R_0 = 150 Ω



Ez az érettségin az elvárás: ehhez persze a diákoknak előre úgy kell felvenniük a függőleges tengely beosztását, hogy legyen lehetőség az extrapolálásra.

3. TESTHŐMÉRSÉKLET BECSLÉSE TERMISZTORRAL *(folytatás)*

2) Az eredeti exponenciális függvényből való extrapolációval az első két pontra való egyenes illesztésével (természetesen lehetőség van a teljes pontsorra exponenciális függvényt is illeszteni, amelynek egyenletét az Excel szintén megadja).

A kapott egyenes egyenlete: $y = -2,3913x + 152,5$, amiből a meghatározandó érték éppen a tengelymetszet, vagyis $R_0 = 152,5\ \Omega$

3) Lehetőségünk van az lnR-t függvényt is használni, amelynek egyenletét már korábban felhasználtuk: **$\ln R_0 = -0,0298 \cdot 0 + 5,2648$ --> R0 = 193,4 Ω**

Mit jelent az extrapolálás?
Olyan függvényérték meghatározása, amely a mért tartományon kívül esik.

Vajon a linearizált függvénykapcsolat segítségével végzett extrapoláció pontosabb eredményt ad-e?
Igen, hiszen a mért adatsor exponenciális függvénykapcsolatot mutatott.

Számítógép segítségével Excel programban illesszen exponenciális függvényt a mérési pontokra!
A függvény egyenlete: **$y = 193,41e^{-0,03x}$**

Adja meg ennek segítségével is a testhőmérsékletet, illetve a becsült ellenállás értékét olvadó jégben!

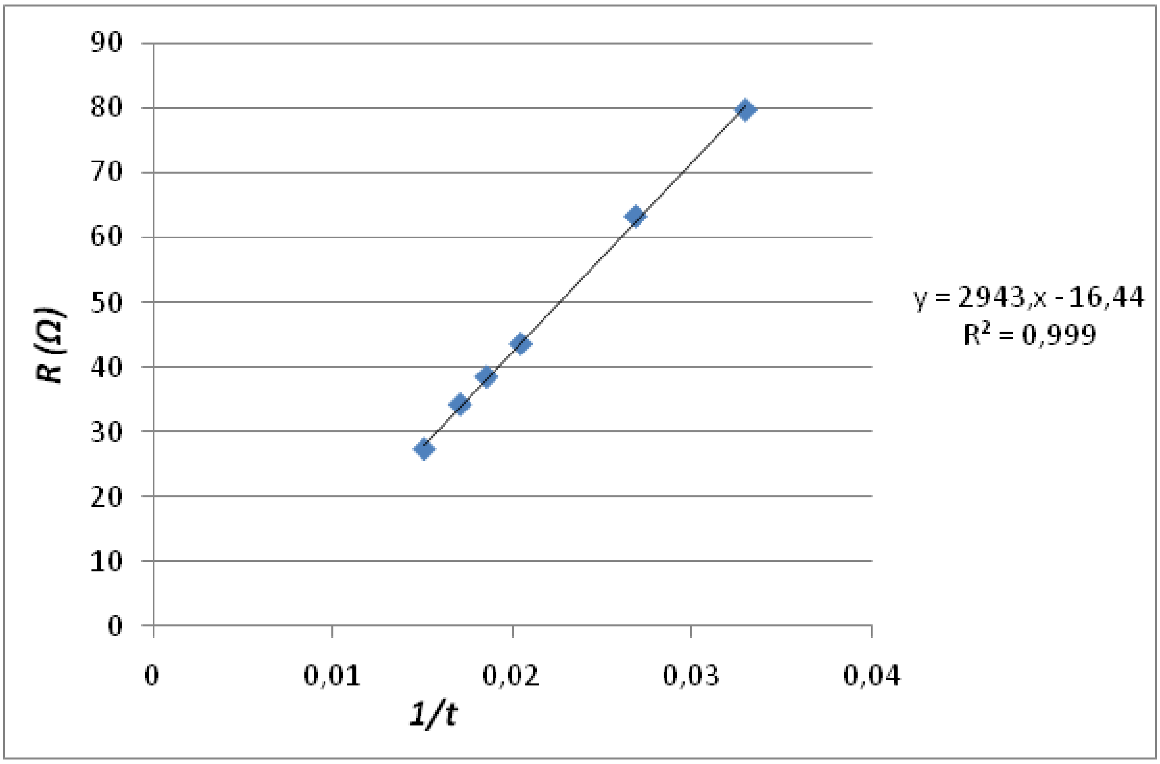
	exponenciális
testhőmérséklet	**$69,2 = 193,41e^{-0,03t}$ --> 34,26 °C**
ellenállás	**$R = 193,41e^{-0,03 \cdot 0}$ --> 193,41 Ω**

<u>Megjegyzés:</u>
valójában az utóbbi számítás nem jelent újdonságot (hiszen az lnR-t függvényre is illesztettünk számítógéppel egyenest), de hasznos lehet megmutatni a teljesség kedvéért.

Tapasztalt-e jelentős különbséget a „kézi” és a „gépi” kiértékelés között?
Nem, a különbség a közelítés módjában volt: lineáris, vagy exponenciális függvénnyel közelítünk az extrapoláció során.
Összegezve azt mondhatjuk, hogy a „kézi” kiértékelés megfelelő pontosságú értékeket ad, és szemléletesen követhető a diákok számára.

<u>Megjegyzés:</u>
a legtöbb mérésben szó esik a mérés pontosságáról, a hibabecslésről. Érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy például ebben az esetben a mért adatokhoz tartozó R-t függvényt matematikailag hogyan közelíti egy hiperbola (a diákok egy részének fejében a mérés kezdetén ez a lehetőség is felmerül). Mérési adatainkat felhasználva ezt az R-1/t adatsorra illesztett egyenes segítségével ellenőrizhetjük.

3. TESTHŐMÉRSÉKLET BECSLÉSE TERMISZTORRAL *(folytatás)*



Látható, hogy ennyi adat felhasználásával a függvénykapcsolatra fordított arányosság is adódhatna (a pontok jól illeszkednek az egyenesre), azonban ez azt jelentené, hogy a függvény nem lenne folytonos, 0 °C-nál nem lenne értelmezhető.

HAGYOMÁNYOS IZZÓLÁMPA ÉS ENERGIATAKARÉKOS „KOMPAKT" LÁMPA RELATÍV FÉNYTELJESÍTMÉNYÉNEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A kísérletek során használt eszközökkel rendeltetésszerűen dolgozzon, pontosan kövesse a tanári utasítást! Védje szemét az erős fénytől!

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- hagyományos és energiatakarékos izzó
- zsírpapír
- zsír
- mérőszalag

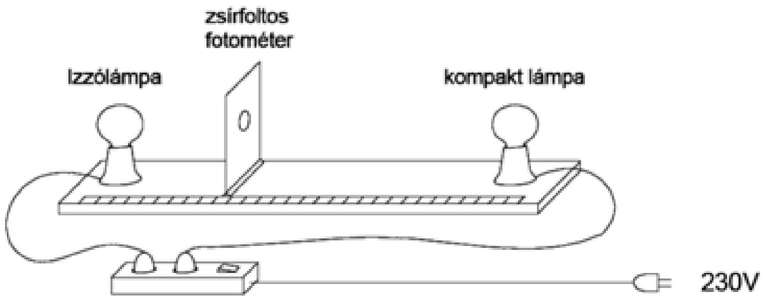
1. A ZSÍRFOLTOS FOTOMÉTER ELKÉSZÍTÉSE ÉS MŰKÖDÉSÉNEK VIZSGÁLATA

Állványra helyezett zsírpapírt kenjen be egyenletesen növényi vagy állati zsiradékkal. Világítsa meg egy oldalról izzóval, majd figyelje meg a foltot a megvilágítás és az átellenes oldalról.

Tapasztalat:
A megvilágítás oldaláról nézve a zsírfolt mattabbnak, az átellenes oldalról fényesebbnek látszik.
Magyarázat:
A zsírral bekent területen a papír fényáteresztő és visszaverő képessége megváltozott.

2. A KÉT FÉNYFORRÁS FÉNYTELJESÍTMÉNYÉNEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

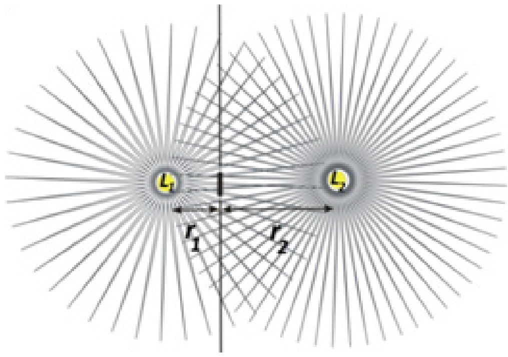
„Helyezze el egymással szemben a két lámpát, kb. 1 méter távolságban, majd a két lámpa közé, a lámpákat összekötő egyenesre merőlegesen a zsírfoltos papírernyőt! Az összeállítást az ábra mutatja.



A lámpák bekapcsolása után az ernyő egyik oldalát az egyik, a másik oldalát a másik lámpa fénye világítja meg. A megvilágítás erőssége megváltozik, ha az ernyőt elmozdítjuk a lámpákat összekötő egyenes mentén.
Az ernyő mozgatásával keresse meg azt a helyzetet, amikor az ernyő mindkét lámpából azonos megvilágítást kap, azaz amikor az ernyőn lévő zsírfolt sem nem sötétebb, sem nem világosabb az ernyő többi részénél!
Ha sikerült ezt az állapotot elérnünk, akkor mérjük meg a fotométernek villanykörtéktől mért távolságát! Mivel a lámpák sugárzási tere gömbszimmetrikus (lásd Gauss-törvény), a lámpától r távolságban a felületegységre jutó fényteljesítmény $S=Q/(4r^2\pi)$, ahol Q a lámpa fényteljesítménye.
Ha a fotométeren a zsírfolt eltűnt, akkor a két oldalán a felületegységre eső fényintenzitás, és így a fényteljesítmény is azonos.

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE
Tatai Városkapu Közhasznú Zrt.
A Tatai Eötvös József Gimnázium Öveges Programja
TÁMOP-3.1.3-11/2-2012-0014

2. A KÉT FÉNYFORRÁS FÉNYTELJESÍTMÉNYÉNEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA *(folytatás)*



Írja fel az ennek megfelelő összefüggést az ábra jelöléseivel:

$$\frac{Q_1}{4\pi \cdot r_1^2} = \frac{Q_2}{4\pi \cdot r_2^2}$$

Ha a lámpa áramkörből felvett teljesítménye P (ezt az adatot feltüntetik a lámpákon), és a hatásfoka η, akkor Q=P·η. Ezt az előző egyenletbe helyettesítve azt kapjuk, hogy

$$\frac{P_1 \cdot \eta_1}{r_1^2} = \frac{P_2 \cdot \eta_2}{r_2^2}$$

A kapott összefüggést átrendezhetjük úgy, hogy megkapjuk a két lámpa hatásfokának arányát:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{P_2 \cdot r_1^2}{P_1 \cdot r_2^2}$$

A mérési eredmények és a névleges teljesítmények segítségével ez az arány:

r_1 =58 cm, r_2 = 42 cm, P_1 = 60 W , P_2 = 11 W

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} = 0{,}35$$

Milyen következtetést vonhatunk le ebből?

A hagyományos izzólámpa hatásfoka jóval kisebb, mintegy harmada az energiatakarékos égőének. Pusztán (a használat közbeni) energetikai oldalról közelítve az izzó nem a legideálisabb megoldás a világítástechnikában. Ne felejtsük el azonban, hogy minden elektronikai eszközt a teljes életciklusában érdemes összevetni, vagyis gondolni kell az előállítás folyamatára és a hulladékkezelésre is.

A MÉRÉS HIBÁJÁRÓL

Ebben a mérésben csak a hiba forrásait érdemes megjelölni, hiszen nem egy méréssorozatról van szó, így az érettségi elvárásainak megfelelően a középiskolában nem tudunk hibát számolni. Ráadásul a zsírfolt egyensúlyi megvilágításának megállapításakor teljesen az érzetünknek vagyunk kiszolgáltatva, amelyet nagyban befolyásol a külső megvilágítás is. A távolságmérés hibája a mérőeszköz legkisebb beosztásának a fele (egyes vélemények szerint maga a legkisebb beosztás, mondván, hogy egy szakasznak két vége van).

A VÍZ TÖRÉSMUTATÓJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

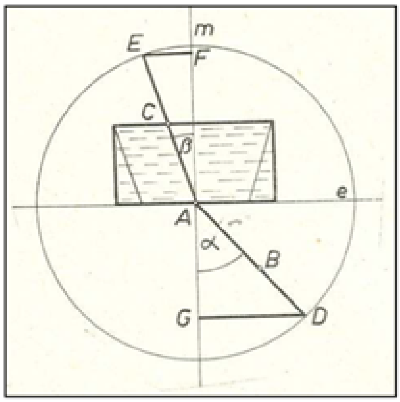
BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A kísérletek során használt eszközökkel rendeltetésszerűen dolgozzon, pontosan kövesse a tanári utasítást! Ügyeljen arra, hogy a lézerfény ne érje saját, illetve társai szemét!

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- rajztábla, rajzlap
- gombostűk
- üveghasáb
- lézer, állvány
- üvegkád, víz
- milliméter papír, vonalzó, körző

1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: TÖRÉSMUTATÓ MÉRÉSE PLANPARALEL LEMEZ ESETÉN

Anyagoknak a látható fényre vonatkozó törésmutatója többféle módszerrel is meghatározható. Az alábbi klasszikus kísérlet a törés törvényének egyszerű értelmezését is segíti.
Erősítsen a rajztáblára papírlapot, majd húzzon a lap mindkét oldalával párhuzamost (m és e egyenesek) a papír középpontján (O) keresztül. Ezután rajzoljon egy O középpontú (elegendően nagy sugarú) kört. Helyezze el az üveghasábot az ábrának megfelelően, majd tűzzön gombostűt az A, illetve B pontba. Nézze a gombostűket olyan irányból, amely esetén fedésben látja őket.
Ebben a helyzetben szúrjon a táblába egy harmadik gombostűt a hasáb szemközti oldalához (C) úgy, hogy mindhárom tűt egy egyenesbe esőnek lássa. Ezzel kijelölte a bejövő és a megtört fénysugár útját: a hasábot elvéve kösse össze az A és B, valamint A és C pontokat. A beesési és a törési szög meghatározásához jelölje ki a fénysugarak és a kör metszéspontjait (D és E pontok), majd ezekből húzzon merőlegeseket az m egyenesre, kijelölve F és G pontok helyét. A kapott derékszögű háromszögek megfelelő oldalhosszának mérésével a szögek megadhatóak. Ismételje meg a mérést további két B′, illetve B″ pont (illetve C′ és C″) kijelölésével.



Töltse ki a táblázatot! Írja föl a törési törvényt!

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

Hogyan definiáljuk a törésmutatót?
$n_{2,1} = c_1 / c_2$, az összefüggésből látható, hogy ez egy relatív adat: a két közegbeli fénysebesség aránya.

Mit ad meg az abszolút törésmutató?
Hogy az adott közegben a fénysebesség hányszor kisebb a vákuumbelinél.

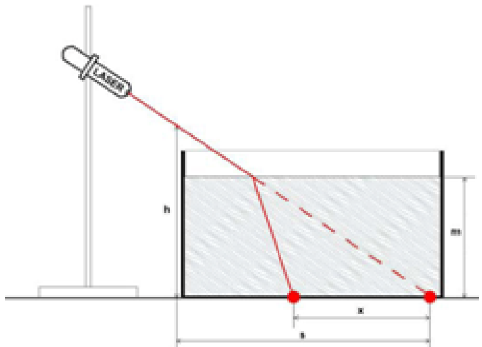
1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: TÖRÉSMUTATÓ MÉRÉSE PLANPARALEL LEMEZ ESETÉN *(folytatás)*

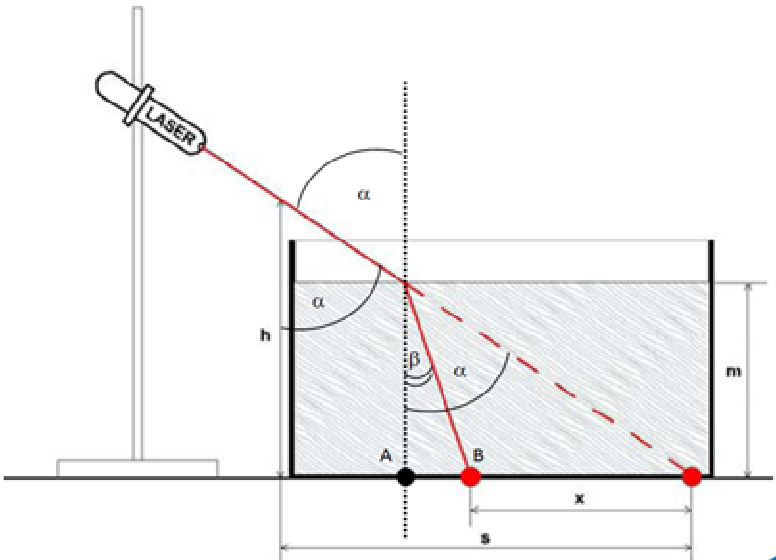
<table>
<tr><th></th><th>1. mérés</th><th>2. mérés</th><th>3. mérés</th><th>$n_{átlag}$</th></tr>
<tr><td>R=EA=DA</td><td colspan="4" rowspan="6">$$n_{2,1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\frac{|GD|}{R}}{\frac{|EF|}{R}} = \frac{|GD|}{|EF|}$$
Az így kapott érték a hasáb anyagának levegőre vonatkoztatott törésmutatója, ami gyakorlatilag ($c_{vákuum} \approx c_{levegő}$) az abszolút törésmutató.</td></tr>
<tr><td>GD szakasz hossza</td></tr>
<tr><td>EF szakasz hossza</td></tr>
<tr><td>$\sin\alpha$</td></tr>
<tr><td>$\sin\beta$</td></tr>
<tr><td>n</td></tr>
</table>

2. VÍZ TÖRÉSMUTATÓJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

„Az üres üvegkád alá helyezze el a milliméterpapírt! A lézert rögzítse a befogóba és irányítsa ferdén a kád aljára. (Célszerű a lézert a lehető leglaposabb szögbe állítani úgy, hogy a fényfolt a kád oldalához közel, a mm-papír egy osztásvonalára essék.) A kád fényforrás felőli oldalánál mérje meg a ferde lézersugár magasságát (h) és a kád alján a fényfolt távolságát (s)!
Töltsön fokozatosan egyre több vizet a kádba! Mérje a vízszint magasságát (m) és a lézerfolt eltolódásának mértékét (x) a kád alján! (Ez utóbbit a milliméterpapír segítségével olvassa le!)"

A törésmutató pontosabb meghatározásához több m érték esetén határozza meg x értékét.
Mérési adatait foglalja táblázatba!
Egészítse ki a rajzot a beesési merőleges megrajzolásával úgy, hogy az asztal síkját jelölő egyenesen is átmenjen. A létrejövő derékszögű háromszögek felhasználásával adja meg a törési szög értékét. h és s segítségével pedig határozza meg a beesési szöget. Ezek ismeretében a törési törvény alapján adja meg a víz (levegőre vonatkoztatott) törésmutatóját.





2. VÍZ TÖRÉSMUTATÓJÁNAK MEGHATÁROZÁSA *(folytatás)*

A használt összefüggések:

$$(1)\,tg\,\alpha = \frac{s}{h} = \frac{\overline{AB}+x}{m} = \,, \qquad (2)\,tg\,\beta = \frac{\overline{AB}}{m} = \frac{\frac{m \cdot s}{h} - x}{m} = \frac{s}{h} - \frac{x}{m}\,, \qquad (3)\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

A (2) egyenletből jól látható, hogy a kád megtöltésekor m növekedésével x is növekszik, hiszen az összefüggésben szereplő többi mennyiség (β, s, h) állandó.

$s = 24{,}5$ cm $h = 16{,}8$ cm $\alpha = 55{,}56°$	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	$n_{átlag}$, $\overline{(n_i - n_{átl})}$
m (cm)	2,3	3,5	6,25	9,1	
x (cm)	1	2	4	6	1,25
β(°)	45,67	41,57	39,29	38,63	
n	1,15	1,24	1,30	1,32	
$n_i - n_{átl}$	0,1	0,01	0,05	0,07	0,06

Adja meg n abszolút és relatív hibáját! Ehhez számítsa ki az átlagtól mért eltérések átlagát!

n=1,25±0,06=1,25±5%

__Megjegyzések:__

A mért adatokból jól látható, hogy ebben az esetben – bár az érettségi leírás kéri – nem sok értelme van az átlagolásnak, ugyanis a mérés hibája a mélységgel csökken. Ez triviális is, de a törésmutatóra kapott értékek irodalmi adattal való összehasonlítása is erre enged következtetni. Valójában ebben a mérésben a legnagyobb mélységre kapott törésmutató értéket kellene elfogadnunk, amelynek kiszámítható a hibája a hosszúságmérés hibájának és a felhasznált összefüggések segítségével. Ez azonban az összefüggésekben szereplő függvénykapcsolatok miatt messze nem középiskolás feladat, ezért eltekintünk a kiszámításától.

Az irodalmi érték: $n_{víz}$ = 1,333 ≈ 1,33

(forrás: http://mek.oszk.hu/00000/00056/html/086.htm).

Mérésünk eltérése az irodalmi értéktől:

|1,25-1,33|=0,08

|1,25-1,33|/(1,33)=0,06=6%

Ezzel azonban óvatosan bánjunk, hiszen standardizált körülmények között (20 °C-on, a nátrium D vonalának megfelelő 589,3 nm hullámhosszúságú fényre) egy másik mérési eljárással mért értékkel hasonlítottuk össze, amelynek szintén volt hibája.

A DOMBORÚ LENCSE FÓKUSZTÁVOLSÁGÁNAK MEGHATÁROZÁSA BESSEL-MÓDSZERREL

BALESETVÉDELEM, BETARTANDÓ SZABÁLYOK, AJÁNLÁSOK
A kísérletek során használt eszközökkel rendeltetésszerűen dolgozzon, pontosan kövesse a tanári utasítást!

SZÜKSÉGES ESZKÖZÖK, ANYAGOK

- egyszerű nagyító
- mérőszalag
- optikai pad
- gyertya
- ernyő

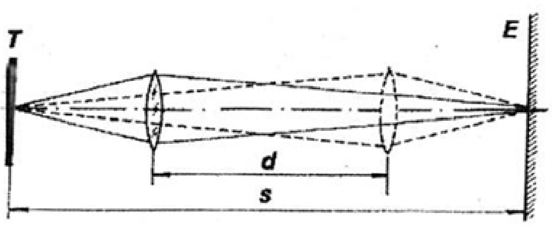
1. BEVEZETŐ KÍSÉRLET: FÓKUSZTÁVOLSÁG MEGHATÁROZÁSA A KÉPTÁVOLSÁG ÉS A TÁRGYTÁVOLSÁG MÉRÉSÉVEL

Optikai padra helyezzen ernyőt és tőle 1 m távolságra vékony gyertyát. Állítsa elő gyújtólencsével a gyertya lángjának éles képét az ernyőn, majd mérje le a tárgy- és képtávolságot. Ismételje meg a mérést további három esetben, amikor a tárgyat 10 cm-enként közelebb viszi az ernyőhöz. Mindegyik esetben számítsa ki a leképezési törvény segítségével a lencse fókusztávolságát, majd átlagolja a kapott értékeket.

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	$f_{átlag}$
t	**Mindenképpen bízzuk a tanulókra a mérést, ne segítsünk abban, hogyan tudják minél pontosabban megmérni a kép-, ill. tárgytávolságot.**				
k					
f					

2. FÓKUSZTÁVOLSÁG MEGHATÁROZÁSA BESSEL-MÓDSZERREL

„A fókusztávolság meghatározására alkalmas kísérleti technika az ún. Bessel-módszer. A tárgyat és az ernyőt egymástól alkalmas távolságban rögzítjük, a távolságot (s) lemérjük és a továbbiakban nem változtatjuk. Megkeressük a tárgy és az ernyő közt azt a lencsehelyzetet, amelynél éles nagyított képet látunk az ernyőn. Ezután a lencsét eltoljuk az ernyő felé addig, míg a tárgy éles kicsinyített képe megjelenik. Megmérjük a lencse elmozdításának távolságát (d). A mérés sematikus rajzát az ábra mutatja.



A lencse fókusztávolsága a mért adatokból az

$$f = \frac{(s+d)(s-d)}{4s}$$

összefüggés alapján határozható meg."

s = 47,5 cm

d = 33,5-14,5 = 19 cm

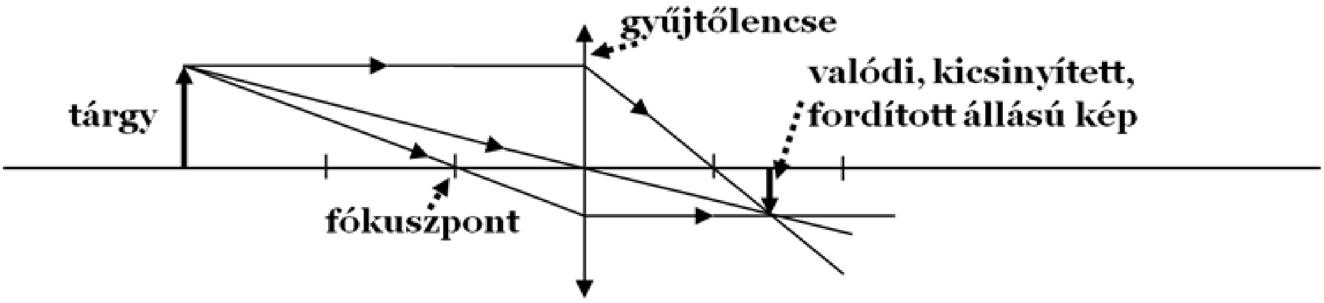
f = 9,975 cm ≈ 9,97 cm

2. FÓKUSZTÁVOLSÁG MEGHATÁROZÁSA BESSEL-MÓDSZERREL *(folytatás)*

Miben különbözik alapvetően a Bessel-módszer az előző mérési technikától? Mit gondol, miért pontosabb ez a módszer?
A lencse vastagsága miatt nehéz a kép- és tárgytávolság meghatározása. A Bessel-módszer ezek mérését kiküszöböli: két helyzet távolságát kell csak ismernünk.

Szerkessze meg a képet a Bessel-módszer két tárgytávolságának esetében! Ügyeljen az egyes hosszúságok arányos ábrázolására! Ne tűntesse föl a lencse görbületét, tekintse azt végtelen vékonynak a szerkesztés során!

A két szerkesztés tulajdonképpen ugyanaz, hiszen a Fermat-elv értelmében a fénysugarak megfordíthatóak.



<u>Megjegyzések:</u>
- Érdemes a tanulókkal a Bessel-módszerhez tartozó összefüggést levezettetni (vagy megmutatni a levezetést) a leképezési törvényből. A két helyzethez tartozó tárgy-, illetve képtávolságokat 1, illetve 2-es indexszel ellátva a következő összefüggéseket írhatjuk:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

$$t_1 = k_2 = \frac{s+d}{2}, \qquad t_2 = k_1 = \frac{s-d}{2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{t_1} = \frac{k_1 + t_1}{k_1 t_1} = \frac{\frac{s+d}{2} + \frac{s-d}{2}}{\frac{s+d}{2}\frac{s-d}{2}} = \frac{4s}{(s-d)(s+d)} \quad \rightarrow \quad f = \frac{(s-d)(s+d)}{4s}$$

- A mérés hibája egyrészt a távolságmérés hibájából, másrészt pedig abból adódik, hogy nehéz megállapitani, hogy mikor éles a kép.